

名古屋工業大学
平成22年度編入学者・転入学者選抜学力検査
情報工学科専門試験

試験日時 平成21年6月26日（金）

10:00～12:00

・解答上の注意

- (1) 解答の際、解答用紙のホチキス止めをはずして下さい。
- (2) 配布物は、問題用紙5枚、解答用紙3枚、計算用紙1枚です。
- (3) 解答は、各問題番号に対応する解答用紙に解答して下さい。
- (4) 解答が、解答用紙表面に書ききれない場合、裏面に続いてもよいが、その場合は表面の下側が裏面の上側になるようにし、上側2/3のスペースに解答を収めてください。
- (5) 電卓は使用できません。
- (6) 試験終了後は問題用紙と計算用紙を持ち帰ってください。

問題 1

(1)

(a)

10 進数 $(0.1)_{10}$ を、2 進数で表せ。ただし循環小数は、循環部の両端の桁にドット (.) を付して表せ。
(例: $0.10001001001001\dots = 0.10\dot{0}01$)

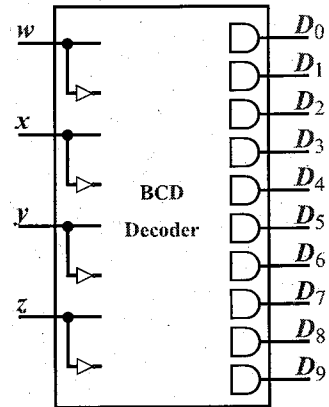
(b)

$(0.1)_{10}$ を小数点以下 10 桁までの 2 進数で表した場合に生じる絶対誤差を 10 進数で求めよ。

(c)

(b) で求めたように、10 進数から 2 進数への変換は誤差を生じることがあるため、10 進数 1 桁の値を 2 進数 4 桁で表現する方法がある。これを BCD (Binary Coded Decimal) という。例えば 10 進数の $(123)_{10}$ は 2 進数で表すと $(1111011)_2$ であるが、BCD では $(000100100011)_{\text{BCD}}$ と表せる。

10 進 1 桁の BCD 値をデコードする、4 入力 10 出力の BCD デコーダ (右図) を NOT ゲートと 2 入力 AND ゲートの 2 種類だけで構成する場合、NOT ゲート 4 個に加えて 2 入力 AND ゲートが少なくともいくつあれば構成できるか、導出過程も含めて答えよ。ただし 10 進数 1 桁で表せない値である $(1010)_2$ 以上の値が入力として与えられた場合、どの出力線も 0 を出力するとする。



(d)

(c) のデコーダを、NOT ゲート 4 個と多入力 AND ゲート 10 個で構成する場合、10 個の AND ゲートのうち、2 入力 AND、3 入力 AND、4 入力 AND がそれぞれいくつ必要か、導出過程も含めて答えよ。ただしできるだけ少ない入力本数の多入力 AND ゲートを使用するものとし、また 10 進数 1 桁で表せない値である $(1010)_2$ 以上は、禁止入力 (don't care) と考えてよいものとする。

(2)

3 入力 (x, y, z) を持ち、 $x = 0$ の場合、入力 y の値を、 $x = 1$ の場合、入力 z の値をそのまま出力するような 2-to-1 セレクタ論理回路について以下の問いに答えよ。

(a)

出力 $F(x, y, z)$ を表す式を、積和標準形、和積標準形のそれぞれで示せ。

(b)

$F(x, y, z)$ の積和標準形から構成した非同期回路は静的ハザードを生じる。具体的にどのような入力変化時においてハザードが生じるか、全て示せ。ただし入力は同時に最大 1 つしか変化しないとす。

(c)

$F(x, y, z)$ の積和標準形に基づき構成した回路を、静的ハザードが生じないように拡張したものの回路図を示せ。ただし拡張のためのゲートの追加は 1 つまでとする。

問題2

1. フィボナッチ数列

$$F(0) = 0, F(1) = 1$$

$$F(n) = F(n-1) + F(n-2) \quad (n \geq 2)$$

を計算する次のC言語のプログラムに関する問いに答えよ。

リスト1

```
1  /* グローバル変数 */
2  int count=0;
3
4  int fib(int n){
5      count++;
6
7      if (n==0) return 0;
8      if (n==1) return 1;
9
10     -----(A)-----
11
12 }
```

リスト2

```
1  int fib(int n) {
2      int i, tmp, v1=0, v2=1;
3
4      if (n==0) return 0;
5      if (n==1) return 1;
6
7      for (i = 1; i < n; i++) {
8          tmp = v1 + v2;
9          v1 = v2;
10         -----(B)-----
11
12     }
13     return tmp;
14 }
```

以下の問 (a)~(h) に答えよ。

- リスト1の関数 fib(n) では、関数の中で自分自身を呼び出す形式で処理を実現したい。このようなプログラミング技法の一般的な名称を答えなさい。
- リスト1の関数 fib(n) は、正の整数 n を引数として $F(n)$ を計算し、結果を int 型で返すものである。空欄 (A) に入るべき処理を記しなさい。
- fib(5) を実行した場合に得られる $F(5)$ の値を記しなさい。
- fib(5) を実行した場合、処理終了時点で count の値はいくつになるか答えなさい。
- リスト2ではボトムアップ的に計算を進め、途中解を変数に一時的に記憶することで重複計算を避ける工夫がされている。この手法の一般的な名称を答えなさい。
- リスト2の空欄 (B) に入るべき処理を示しなさい。
- リスト2のプログラムにおいて、if文による比較回数の総数を C_1 、forループの1回の処理における加算回数、代入回数をそれぞれ C_2, C_3 と定義し、これ以外の加算・代入処理は計算回数に含めないものとする。この時、このプログラムの計算回数を n, C_1, C_2, C_3 を用いた式で表せ。なお C_1, C_2, C_3 は n によらない定数である。
- 設問 (g) の計算結果を用い、リスト2のプログラムの計算量の上界をオーダー記法で示しなさい。

2. データを昇順に並び換える次の C 言語のプログラムに関する問いに答えよ。

リスト 3

```

1  #include <stdio.h>
2
3  void sort_a(int data[],int n) {
4      int i,j=0;
5      for (i=n-1; i>0; i--){
6          for (j=0; j<i; j++) {
7
8              if (data[j]>data[j+1]) {
9                  int tmp=data[j];
10                 data[j]=data[j+1];
11                 data[j+1]=tmp;
12             }
13             -----
14             |         (C)         |
15             |-----|
16         }
17     }
18 }
19
20 int main(void){
21     int data[5] = {52,39,14,99,2};
22     int n=5;
23     sort_a(data,n);
24 }
```

リスト 4

```

1  void sort_b(int a[], int left,
2              int right){
3      int s,t,i,j,m=0;
4      if(left<right){
5          m = (left+right)/2;
6          t=a[m];
7          a[m]=a[left];
8          a[left]=t;
9          s = a[left];
10         i = left; j = right + 1;
11
12         while(1){
13             while(a[++i]<s);
14             while(a[--j]>s);
15             if (i>=j) break;
16             t = a[i]; a[i]=a[j]; a[j]=t;
17         }
18         a[left]=a[j]; a[j]=s;
19
20         sort_b(a,left, __ (D) __ );
21
22         sort_b(a, __ (E) __ , __ (F) __ );
23     }
24 }
```

以下の問 (a)~(e) に答えよ。

- (a) リスト 3 のプログラムで用いられているソート手法の一般的な名称を答えなさい。
- (b) リスト 3 の空欄 (C) で、その時点での配列 data の中身を先頭から末尾まで以下の形式で画面出力したい。
 data[0]=値 data[1]=値 data[2]=値 data[3]=値 data[4]=値
 空欄 (C) に入るべき処理を示せ。なお、画面出力には printf 関数を用いること。また、複数行に渡る記述を行ってもよい。
- (c) $i=4, j=2$ の場合に (C) により画面出力される配列の中身を示しなさい。
- (d) リスト 3 のプログラムの計算量の上界をオーダー記法で示しなさい。なお、ここでの計算回数は隣り合う数値の大小比較の回数のみを扱うこととする。
- (e) リスト 4 はクイックソートによりデータを昇順に並び換えるプログラムである。空欄 (D), (E), (F) を埋めなさい。

問題 3

- (1) アルファベット $\{0, 1\}$ を実現値として取り得る確率変数 X と Y の同時分布 (結合分布) $P_{XY}(x, y)$ が次の表のように与えられている。ただし、 α, β は 0 以上 1 以下の実数である。

$P_{XY}(x, y)$	$x = 0$	$x = 1$
$y = 0$	α	0.24
$y = 1$	0.14	β

次の問いに答えよ (答えだけではなく解答に至る議論も示すこと)。

- (a) 周辺分布 $P_X(0)$ と $P_X(1)$ を α または β を含む式で表せ。
(b) 周辺分布 $P_Y(0)$ と $P_Y(1)$ を α または β を含む式で表せ。
(c) α が 0.06 の場合の β の値を求めよ。
(d) α が 0.06 の場合には、 X, Y に関する同時エントロピー $H(X, Y)$ が

$$H(X, Y) = h(0.2) + h(0.3)$$

と表される。この等式の成立する理由を説明せよ。ここで、

$$h(x) = -x \log_2 x - (1-x) \log_2 (1-x)$$

は 2 値エントロピー関数である。

- (2) 定常無記憶情報源 S は、 $\{a, b, c, d\}$ の 4 種類の情報源アルファベット (出力記号) を持つ。情報源 S からの出力を表す確率変数を Y とするとき、それぞれのアルファベットが出現する確率 (Y の確率分布) は次のように与えられる。

$$P_Y(a) = \frac{1}{2}, \quad P_Y(b) = \frac{1}{4}, \quad P_Y(c) = \frac{1}{8}, \quad P_Y(d) = \frac{1}{8}$$

次の問いに答えよ (答えだけではなく解答に至る議論も示すこと)。

- (a) 情報源 S のエントロピー (確率変数 Y のエントロピー) を求めよ。
(b) 情報源圧縮を行うために、可変長符号化を利用する。ここでは、各情報源アルファベットに対して次の表のように符号語を割り当てた。ただし、 $\alpha \in \{0, 1\}, \beta \in \{0, 1\}$ である。この表で定められる符号が語頭符号 (プレフィックス符号) となるように α, β を定めよ。ただし、その解が唯一であることを明確に説明すること。

アルファベット	符号語
a	0
b	$\alpha\beta$
c	110
d	111

- (c) (b) で定義された符号の平均符号語長を求めよ。
- (d) (b) で定義された符号がクラフトの不等式を満たすことを示せ。
- (e) (b) で定義された符号が最適であることを示せ。

(3) AさんとBさんは数当てゲームをしている。Aさんは、 $\{0, 1, 2\}$ の中からひとつ数字を思い浮かべる(その数を α とする)。Bさんは、Aさんが思い浮かべる数が $\{0, 1, 2\}$ の中に含まれていることを知っている。BさんはAさんに α に関する質問を何度かしてよい。ただし、Aさんは質問について「はい」か「いいえ」でしか答えられないので、「はい」か「いいえ」で答えられる問いのみが許される。また、答が確定した場合はそこで質問を中止する。Bさんの目標はなるべく少ない質問回数でAさんの思い浮かべた数 α を正しく見つけることである。次の問いに答えよ(答えだけではなく解答に至る議論も示すこと)。

(a) Aさんは等確率で $\{0, 1, 2\}$ からひとつ数を思い浮かべると仮定する。Bさんは次の質問を順にするものとしよう。

(質問1) α を2桁の2進数で表したとき、最下位桁は0ですか。

(質問2) α を2桁の2進数で表したとき、最上位桁は0ですか。

このとき、質問回数の期待値はいくらになるか述べよ。

(b) Aさんは0を確率 $1/4$ で、1を確率 $1/2$ で、2を確率 $1/4$ で思い浮かべるものとする。Bさんは次の質問を順にするものとしよう。

(質問1) α を語頭符号 C で符号化したときの符号語の1シンボルの目は0ですか。

(質問2) α を語頭符号 C で符号化したときの符号語の2シンボルの目は0ですか。

この質問に対して、質問回数の期待値が最小となる語頭符号 C を求め、その符号木を示せ。ただし語頭符号 C の符号アルファベットは $\{0, 1\}$ とする。また、その符号を利用した場合の質問回数の期待値はいくらになるか述べよ。