

平成22年度 編入学者・転入学者選抜学力検査 [問題]  
 数 学

[問題1] 次の4次行列  $A$ , 4次単位行列  $E$ , およびパラメータ  $t$  に対して, 行列式  $|tE - A|$  を  $t$  について因数分解しなさい。

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 & -2 \\ 4 & 3 & 4 & 0 \\ -5 & -1 & -2 & 2 \\ 3 & -1 & -1 & -3 \end{pmatrix}$$

[問題2] 3次元数ベクトル空間を  $\mathbb{R}^3$  とする。次の  $\mathbb{R}^3$  のベクトル  $\{a_1, a_2, a_3\}$  から, グラム・シュミットの正規直交化法 (シュミットの正規直交化法ともいう) により  $\mathbb{R}^3$  の正規直交系  $\{u_1, u_2, u_3\}$  を構成しなさい。

$$a_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad a_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}, \quad a_3 = \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

[問題3] 関数  $f(x) = e^{\sin x}$  のマクローリン展開を次の指示に従って計算しなさい。

- (1)  $f'(x)$  と  $f(x)$  との関係式を導きなさい。その関係式に対してライプニッツの公式を適用し,  $f^{(n+1)}(x)$  を  $f^{(k)}(x)$  ( $0 \leq k \leq n$ ) を用いて表しなさい。ただし  $n$  は任意の自然数とし, 等式  $(\cos x)^{(n)} = \cos\left(x + \frac{n\pi}{2}\right)$  を用いてもよい。
- (2)  $f(x)$  のマクローリン展開を  $x^5$  の項まで求めなさい。ただし剰余項を求める必要はない。

[問題4] (1) 次の累次積分  $I$  を計算しなさい。

$$I = \int_0^2 \left\{ \int_0^{\sqrt{3(x^2+5)}} \frac{1}{x^2 + y^2 + 5} dy \right\} dx$$

(2) 次の2重積分  $J$  を指示に従って計算しなさい。

$$J = \iint_D e^{-(x^2 - 2xy + 4y^2)} dx dy, \quad D = \{(x, y) \mid x \geq 0, y \geq 0\}$$

- (i) 変数変換  $s = x - y$ ,  $t = \sqrt{3}y$  により  $D$  が  $st$  平面内の集合  $K$  に移されるとき,  $J$  を  $(s, t)$  変数の2重積分として表しなさい。ただし  $K$  を具体的に表示する必要はない。
- (ii) (i) の集合  $K$  を求めなさい。
- (iii) さらに  $st$  平面における極座標変換を行って  $J$  の値を計算しなさい。