

— 物 理 —

1.

地上から質量 m の物体を、鉛直上向きに速さ V で投げ上げる。重力加速度を g として、以下の問いに答えよ。

(1) 空気抵抗を無視できる場合、物体を投げ上げてから、時間 t 経過後の速度を求めよ。

(2) この場合、投げ上げてから、最高点に達するまでに経過する時間は T_0 であるとする。 T_0 を求めよ。

(3) この物体に、その速度 v に比例する空気抵抗、 $-kv$ (k は正の定数) が働く場合、地上から鉛直上向きに速さ V で投げ上げた質量 m の物体の、投げ上げてから、時間 t 経過後の速度を求めよ。(運動方程式を速度 $v(t)$ を未知関数とする、微分方程式として表すと、変数分離型になるので、両辺を不定積分し、積分定数を初期条件から決めればよい。)

(4) この場合、投げ上げてから、最高点に達するまでに経過する時間を T_1 とする。 T_1 を V, g, k, m を用いて表せ。

(5) 物体に働く空気抵抗が弱く、 $k \ll \frac{mg}{V}$ が成立する場合、 $\frac{T_1}{T_0}$ を

$$\frac{T_1}{T_0} \simeq 1 + r \frac{kV}{mg}$$

と、近似したとき、実数 r を求めよ。ただし、必要に応じて、対数関数のテイラー展開の式、 $\log(1+x) = x - \frac{x^2}{2} + \dots$ を用いよ。

2.

質量 M 、半径 R の一様な円環 (リング) が、動摩擦係数 μ' の粗い水平面上で、その中心軸 (鉛直) のまわりに、角速度 ω_0 で回転しているときから、止まるまでに経過する時間を T とする。

(1) T を ω_0 、円環全体に働く摩擦力のモーメント N 、円環の重心のまわりの慣性モーメント I を用いて表せ。

(2) I を M と R を用いて表せ。

(3) N を R, μ', M, g (重力加速度) を用いて表せ。

(4) 時間 T を R, ω_0, μ', g だけを用いて表せ。

3.

平行平板コンデンサーの二枚の長方形極板のうち、そのデカルト座標が $0 \leq x \leq a, 0 \leq y \leq b, z = d (> 0)$ と表されるほうが、電荷 Q を帯び、一方、 $0 \leq x \leq a, 0 \leq y \leq b, z = 0$ と表されるほうが、電荷 $-Q$ を帯びていて、極板間には、その断面が、 $0 \leq y \leq b, 0 < z < d$ で表される誘電率 ε のじゅうぶん長い誘電体棒が、 x 軸の正の方向に向かって、 $0 \leq x \leq X$ の部分まで挿入され、残りの $X < x \leq a$ の部分は真空 (誘電率 ε_0) であるとする。極板の端の効果を見れば、極板間の電場は至る所、等しい。

(1) コンデンサーが蓄えている全静電気エネルギー U を、 Q とコンデンサーの電気容量 C を用いて表せ。

(2) C は、誘電体部分と、真空部分、それぞれの電気容量の和であることより、これを $a, b, d, X, \varepsilon, \varepsilon_0$ だけを用いて表せ。

(3) 以上の結果より、 U を、 $Q, a, b, d, X, \varepsilon, \varepsilon_0$ だけを用いて表せ。

(4) 極板間に、誘電体棒を引き込もうとする力 F を、 $Q, a, b, d, X, \varepsilon, \varepsilon_0$ だけを用いて表せ。