

名古屋工業大学
平成23年度編入学者・転入学者選抜学力検査
情報工学科専門試験

試験日時 平成22年6月25日(金)

10:00～12:00

・解答上の注意

- (1) 解答の際、解答用紙のホチキス止めをはずして下さい。
- (2) 配布物は、問題用紙5枚、解答用紙3枚、計算用紙1枚です。
- (3) 解答は、各問題番号に対応する解答用紙に解答して下さい。
- (4) 解答が、解答用紙表面に書ききれない場合、裏面に続いてもよいが、その場合は表面の下側が裏面の上側になるようにし、上側2/3のスペースに解答を収めてください。
- (5) 電卓は使用できません。
- (6) 試験終了後は問題用紙と計算用紙を持ち帰ってください。

問題 1.

(1) 以下の問い(a)~(c) に答えよ。

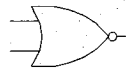
(a) 10進数 $(17.3)_{10}$ を、整数部 6 桁、小数部 4 桁の符号なし 2 進 10 桁固定小数点表現で表せ。ただし丸めの方式は切り捨てとする。

(b) 整数部が x 桁、小数部が y 桁 (x, y は正の整数) の符号なし 2 進固定小数点表現において、表現可能な最大値と最小値をそれぞれ x, y を用いて 10 進数で表せ。

(c) 符号なし 2 進 15 桁固定小数点表現において $(89.328)_{10}$ を表すとき、もっとも丸め誤差が小さくなるような整数部と小数部の桁数をそれぞれ答えよ。

(2) 以下の問い(a)~(c) に答えよ。

(a) 基本ゲート AND, OR, NOT を 2 入力 NOR ゲートのみを用いて構成し、それぞれを以下の論理記号を使用してブロック図で示せ。



(b) 3 入力 (X, Y, Z) において、 X を MSB, Z を LSB とする 3 ビットの 2 進数が入力されるものとする。5 以上の値が入力されたときのみ 1 を出力する論理回路の出力 $F(X, Y, Z)$ を、項数最少の積和標準形および節数最少の和積標準形で示せ。

(c) (b) の回路を 2 入力 NOR ゲートのみで構成し、ブロック図で示せ。ただし、使用するゲート数が最少となるように構成し、その導出過程も示すこと。

(3) オペレーティングシステムにおける「仮想記憶」の仕組み、役割および性質について、以下の用語をすべて用いて説明せよ。なお、文中の以下の用語に下線を引くこと。

【用語】仮想アドレス、主記憶、補助記憶装置、スワップ、ページング、スラッシング

問題2

以下は、ハッシュ表を作成するC言語のプログラムである。プログラムは、 m 個の自然数を格納できる配列 `table[m]`、引数として与えたデータ v を挿入(探索)する関数 `add(v)`(`find(v)`) からなる。なお、プログラム中では定義していないが、関数 h はハッシュ表構成に利用されるハッシュ関数を表すものとする。また、配列 `table` の全要素は0に初期化されており、`add` の引数 v は必ず自然数値で呼び出されることを仮定してよい。

```
int table[m];          /* m はハッシュ表のサイズ*/

int add(int v)
{
    int i = 0;
    int tmp = h(v);     /* h はハッシュ関数 */
    int d;
    while(1){
        d = table[tmp];
        if (i == m) {
            return(-1)
        } else if(d == v || d == 0) {
            table[tmp] = v;
            return(1);
        }
        i++;
        tmp = (tmp + 1) % m;
    }
}

int find(int v)
{
    int i = 0;
    int tmp = h(v);     /* h はハッシュ関数 */
    int d;
    while(1){
        d = table[tmp];
        if (i == m || d == 0) {
            return(-1)
        } else if(d == v) {
            table[tmp] = v;
            return(1);
        }
        i++;
        tmp = (tmp + 1) % m;
    }
}
```

(1) 以下の問 (a)~(d) を解答せよ。

- (a) 上記プログラムのような方式で値を格納するハッシュ表の構成方法名を答えよ。
- (b) $m = 8$ とし、ハッシュ関数として $h(v) = v \bmod m$ を利用するものとする。このとき、データ系列 3, 5, 11, 4, 13 を、系列の先頭から順に `add` で格納した後の配列 `table` の内容を書け。
- (c) 関数 `add` で -1 が戻り値として返されるのはどのようなときか、具体的に答えよ。

(d) find の最悪時探索時間の上限をオーダ記法を利用して示せ. また, (b) で示した m の値およびハッシュ関数について, 探索時間が最悪となるような状況を例示せよ.

(2) 上記プログラムで定義したハッシュ表から, 要素 v を削除する関数 `delete(v)` を以下のように定義する.

```
int delete(int v)
{
    int i = 0;
    int tmp = h(v);    /* h はハッシュ関数 */
    int d;
    while(1){
        d = table[tmp];
        if (i == m || d == 0) {
            return(-1);
        } else if (d == v) {
            table[tmp] = 0;
            return(1);
        }
        i++;
        tmp = (tmp + 1) % m;
    }
}
```

この関数は誤りを含んでおり, 正しく動作しない. どのような状況で問題が生じるか, 具体例とともに説明せよ.

(3) 配列 `table` のサイズを m とし, n 個の異なる要素 $V = \{v_0, v_1, v_2, \dots, v_{n-1}\}$ を関数 `add` で格納してハッシュ表を構成することを考える ($n < m$ とする). 以下の問 (a), (b) を解答せよ. なお, ハッシュ関数は一様であると仮定している.

(a) s 個の要素を配列のサイズ t のハッシュ表へと格納した場合における, ハッシュ表の占有率 α は, $\alpha = s/t$ で定義される. 占有率 α のハッシュ表において, ハッシュ表中に含まれない要素を探索した場合 (すなわち, 失敗する探索を行った場合) における, 配列 `table` からのデータ読み出し回数の期待値は $1/(1-\alpha)$ 以下となることが知られている. この事実を利用して, v_k を追加するときの関数 `add(v_k)` の実行における `table` からのデータ読み出し回数の期待値が $1/(1-(k/m))$ 以下となることを示せ.

(b) $m = n$ としたとき, n 個のデータを全て格納するために必要なデータ読み出し回数の期待値が $O(n \log n)$ となることを示せ.

問題3

(1) アルファベット $\{0, 1\}$ を実現値として取り得る n 個の確率変数について次の問いに答えよ (答えだけではなく解答に至る議論も示すこと)。

(a) アルファベット $\{0, 1\}$ を実現値として取り得る n 個の独立な確率変数 X_1, X_2, \dots, X_n を考える。ただし、各変数に関する周辺分布は

$$P_{X_i}(0) = 1 - p, \quad P_{X_i}(1) = p, \quad i = 1, 2, \dots, n$$

と与えられる。ここで、 p は $0 \leq p \leq 1$ を満たす実数である。このとき、同時エントロピー $H(X_1, X_2, \dots, X_n)$ を2値エントロピー関数 $h(x)$ を用いて表せ。

(b) アルファベット $\{0, 1\}$ を実現値として取り得る n 個の独立な確率変数 Y_1, Y_2, \dots, Y_n を考える。ただし、各変数について

$$E[Y_i] \leq \beta, \quad i = 1, 2, \dots, n$$

が成り立つものとする。ここで、 $E[\cdot]$ は期待値を表し、また β は $0 < \beta < 1/2$ を満たす実数である。このとき、

$$H(Y_1, Y_2, \dots, Y_n) \leq nh(\beta)$$

が成立することを示せ。

(2) 情報源アルファベットが $\{a, b, c, d, e, f\}$ である離散定常無記憶情報源 S に次の表で定義されるプレフィックス符号 (語頭符号) C を適用するものとする。

アルファベット	符号語
a	1
b	X
c	0011
d	0010
e	0001
f	0000

次の問いに答えよ (答えだけではなく解答に至る議論も示すこと)。

(a) 空欄 X に入る適切な長さ2の2元系列を示せ。ただし、適切である理由についても述べること。

- (b) 符号 C に対応する符号木を描け。
- (c) 各アルファベットの生起確率を $p(a), p(b), \dots, p(f)$ と表記するものとする。符号 C の平均符号語長を $p(a), p(b), \dots, p(f)$ を利用して表せ。
- (d) 符号 C の符号語長の組がクラフトの不等式を満たすことを示せ。
- (e) 符号 C が最適符号となる生起確率 $p(a), p(b), \dots, p(f)$ を示せ。ただし、最適性も同時に示すこと。
- (3) 送信記号を確率変数 X , 受信記号を確率変数 Y で表す。送信記号, 受信記号の取り得る値は 2 値 $\{0, 1\}$ である。反転確率 q の 2 値対称通信路とは、条件付確率

$$P_{Y|X}(0|0) = 1 - q, \quad P_{Y|X}(1|0) = q$$

$$P_{Y|X}(0|1) = q, \quad P_{Y|X}(1|1) = 1 - q$$

で定義される通信路である。ここで、 $0 \leq q \leq 1$ とする。送信記号 X に関するエントロピーは $H(X) = 1$ であると仮定する。次の問いに答えよ (答えだけでなく解答に至る議論も示すこと)。

- (a) 確率変数 Y のエントロピー $H(Y)$ を求めよ。
- (b) 条件付エントロピー $H(Y|X)$ を 2 値エントロピー関数を用いて表せ。
- (c) 相互情報量 $I(X; Y)$ を 2 値エントロピー関数を用いて表せ。
- (d) $p = p^*$ のとき $I(X; Y) = 0$ となるものとする。 p^* の値を示し、そのときに X と Y が独立となっていることを示せ。

問題訂正

問題3

$$(3)-(d) \left\{ \begin{array}{l} \text{誤} \quad p = p^* \\ \text{正} \quad g = g^* \text{ のとき} \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{誤} \quad p^* \text{ の値を示し} \\ \text{正} \quad g^* \text{ の値を示し} \end{array} \right.$$