

平成 23 年度

前 期 日 程

数 学 (120 分)

注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開いてはいけません。  
また、別冊の解答用紙についても同じです。
2. 問題は、1 ページから 4 ページまであります。解答用紙は、前 1，  
前 2，前 3，前 4 の 4 枚からなっています。ページの脱落等に気付いたときは、手をあげて監督者に知らせなさい。
3. 解答はすべて、各問題の解答用紙の解答欄に記入しなさい。  
なお、解答用紙の裏にも解答を記入する場合には、表と上下を逆にして記入しなさい。
4. 監督者の指示に従って、すべての解答用紙の該当欄に志望学科名及び受験番号  
(2 か所)を記入しなさい。
5. 解答用紙の※を付した欄には、何も記入してはいけません。
6. 試験終了後、この問題冊子は持ち帰りなさい。

1

$k$  を正の定数とする。関数

$$f(x) = \frac{1}{x} - \frac{k}{(x+1)^2} \quad (x > 0)$$

$$g(x) = \frac{(x+1)^3}{x^2} \quad (x > 0)$$

について、次の問いに答えよ。

- (1)  $g(x)$  の増減を調べよ。
- (2)  $f(x)$  が極値をもつような定数  $k$  の値の範囲を求めよ。
- (3)  $f(x)$  が  $x = a$  で極値をとるとき、極値  $f(a)$  を  $a$  だけの式で表せ。
- (4)  $k$  が (2) で求めた範囲にあるとき、 $f(x)$  の極大値は  $\frac{1}{8}$  より小さいことを示せ。

**2** 大中小3枚のコインがある。サイコロを投げて次の規則でコインの表裏を反転させる試行を繰り返す。

- (i) 1または2の目が出たら、大コインを反転
- (ii) 3または4の目が出たら、中コインを反転
- (iii) 5または6の目が出たら、小コインを反転

3枚とも表になっている状態から始めるとき、次の問いに答えよ。

- (1) サイコロを5回投げたとき、3枚とも裏である確率を求めよ。
- (2) サイコロを5回投げたとき、初めて3枚とも裏になる確率を求めよ。
- (3) コインが3枚とも裏になったところでサイコロ投げを終了することにする。最初の状態を除きコインが3枚とも表になることが一度もなく終了する確率を求めよ。

3  $a$  を定数とし、行列  $A = \begin{pmatrix} a & 1 \\ 1 & -a \end{pmatrix}$  で表される 1 次変換を  $f$  とする。直線  $l_1: x = -1$  と円  $C_1: (x-1)^2 + (y-1)^2 = 1$  を考える。 $l_1$  上の各点は  $f$  で直線  $l_2$  上に移り、 $C_1$  上の各点は  $f$  で 2 次曲線  $C_2$  上に移るとする。

- (1)  $l_2$  の方程式を求めよ。
- (2)  $C_2$  の方程式を求めよ。
- (3)  $C_1$  と  $C_2$  の共有点がただ 1 点であるとき、 $a$  の値と共有点の座標を求めよ。

4  $r$  を正の定数とする。2つの曲線

$$C_1: y = \frac{2x^2}{x^2 + 1}, \quad C_2: y = \sqrt{r^2 - x^2}$$

が共有点で互いに直交する接線を持つとする。

- (1) 共有点の座標と  $r$  の値を求めよ。
- (2)  $C_1$  と  $C_2$  で囲まれる図形の面積  $S$  を求めよ。