平成２４年度　編入学者・転入学者選抜学力検査　［問題］

― 物　　理 ―

I

重力加速度を g として、以下の問いに答えよ。

1. 糸の長さが l の単振り子の微小振動の周期を書け。
2. 質量 M の剛体が、その重心からの距離が L の水平軸 O が固定され、そのまわりに自由に回転でき、軸 O のまわりの慣性モーメントを I とする。重心 G が平衡点の近くで微小振動する剛体振り子（物理振り子）の振動の周期 T を求めよ。
3. この剛体の回転運動の角速度が ω のとき、その運動エネルギーを I と ω を用いて表せ。
4. このとき重心は速度 $L\omega$ で並進運動し、剛体はそのまわりを角速度 ω で回転運動している（重心を通り、軸 O に平行な軸のまわりの剛体の慣性モーメントを I_G とする）と考えることもできる。その場合、剛体の運動エネルギーは重心の並進運動の運動エネルギーと、重心のまわりの剛体の回転運動の運動エネルギーの和である。それはどのように書くことができるか。
5. 上記二通りの観点から表された運動エネルギーは等しいはずである。このことより I を I_G, M, L を用いて表せ。
6. この剛体振り子の周期 T は、糸の長さ l の単振り子の周期と等しい。その長さ l（相当振り子の長さ）を L と K を用いて表せ。ただし、$I_G = MK^2$ とする。
7. さて $L \neq K$ であったとしよう。重心 G からの距離が $L'(L' \neq L)$ で軸 O に平行な水平軸 O' を新しい固定軸として、同じ剛体を微小振動させたところ、その周期が、固定軸が O であった場合と等しかった。この周期 T を L, L', g だけを用いて表せ。
8. 重心のまわりの慣性モーメント I_G を M, L, L' だけを用いて表せ。

II

z 軸方向を向き、軸対称であるが、軸からの距離 r に依存して変化する磁場の、磁束密度の z 成分が $B(r,t)$ であり、それが時間 t に依存して変動すると、電磁誘導が起こり、その誘導電場により電子（質量 m, 電荷 $-e$）が、$z=0$ の平面内を、一定の半径 R の円周（中心 $r=0$）上を加速され続けるとしよう。z 軸のまわりの角度を θ として、以下、円柱座標 (r,θ,z) を用い、問いに答えよ。

1. 半径 R の円一周に誘導される起電力 V と円内を貫く磁束 Φ_m の関係（ファラデーの電磁誘導の法則）を書け。
2. 誘導起電力 V と、誘導電場の θ 方向（円周に沿った方向）の成分 E の間の関係を書け。
3. 磁束 Φ_m を、$B(r,t)$ を用いて定積分の形で表現せよ。
4. 電子の速度が θ 方向に v であるとき、ローレンツ力が働き、それが向心力になって、半径一定（R）の円運動をする。ローレンツ力と向心力の r 成分が等しいことを表す式を書け。
5. 上記の関係が、電子が誘導電場によって加速されても変化せず、R が一定に保たれる条件を、$\frac{dv}{dt}$ と $\frac{\partial B}{\partial t}$ の関係として表せ。
6. 誘導電場 E による静電気力で電子は加速される。電子の加速度を $\frac{dv}{dt}$ として、電子の運動方程式を書け。
7. 三つの量 $\frac{\partial B}{\partial t}, E, R$ の間の関係を求めよ。
8. 二つの量 $\frac{\partial B}{\partial t}$ と $\frac{d\Phi_m}{dt}$ の関係を求めよ。これはベータトロン加速器で、電子を半径一定（R）の円軌道上を加速し続けることができるための条件である。