名古屋工業大学
平成２４年度 編入学者・転入学者選抜学力検査
情報工学科専門試験

試験日時　平成２３年６月２４日（金）
１０：００～１２：００

● 解答上の注意

（1） 解答の際、解答用紙のホチキス止めをはずしてください。

（2）配布物は、問題用紙５枚、解答用紙３枚、計算用紙１枚です。

（3）解答は、各問題番号に対応する解答用紙に解答してください。

（4） 解答が、解答用紙表面に書ききれない場合、裏面に続いてもよいが、その場合は表面の下側が裏面の上側になるようにし、上側 2/3 スペースに解答を収めてください。

（5） 電卓は使用できません。

（6） 試験終了後は問題用紙と計算機用紙を持ち帰ってください。

問題１

（１） 数値表現と演算に関する以下の問いに答えよ。

(a) １６進数の小数 0.34 を１０進数で表せ。

(b) １０進負数-5.125 を整数部４ビット小数部４ビットの８ビット固定小数点表現で２進数に変換せよ。負数は２の補数表現を用いること。

(c) １０進数の減算 28-13 を２の補数を用いて６ビットの２進数で行った。このときの演算過程を示せ。

（２） ２つの２ビット２進数$(X_1X_0)_2$と$(Y_1Y_0)_2$の大小比較を行い，以下の条件を満足する場合に１を出力し，そうでない場合に０を出力する論理関数$F(X_1, X_0, Y_1, Y_0)$の組合せ論理回路を設計したい。

$$(X_1X_0)_2 \leqq (Y_1Y_0)_2$$

(a) 関数 $F(X_1, X_0, Y_1, Y_0)$の真理値表を示せ。

(b) 関数 $F(X_1, X_0, Y_1, Y_0)$を乗法標準形（和積標準形）で示せ。

(c) 関数 $F(X_1, X_0, Y_1, Y_0)$をカルノー図を用いて簡単化し，節数が最小となる論理積形を求めよ。節とはリテラルの和を意味する。

問題 2

以下の (1)〜(2) すべてを解答せよ。

(1) 次の (a)〜(c) のすべてを解答せよ。

(a) 次の文章の空欄に最も適切な言葉を答えよ。
食堂のお盆置きのように，LIFO (Last-In-First-Out) の順にデータを取り出すことが出来るデータ構造を$\boxed{\quad (i) \quad}$という。また，チケット窓口に並ぶ人の列のように，FIFO (First-In-First-Out) の順にデータを取り出すことが出来るデータ構造を$\boxed{\quad (ii) \quad}$という。これらはいずれもデータの格納と取り出しに対する操作が定義されるが，具体的な実現方法は定義されない。このように，具体的な実現方法ではなく「データに対する操作群を定義する」ことで定義されるデータ構造を，$\boxed{\quad (iii) \quad}$という。事実，これらいずれのデータ構造も，配列でも連結リストでも実現可能である。

(b) 以下の（C 言語による）プログラムリスト 1,2 は，それぞれ (1) の (i) と (ii) のデータ構造の操作を配列で実現したものである。(i) のデータ構造に対応するものはプログラムリスト 1,2 のうちどちらか答えよ。

(c) 以下のプログラムリスト 1,2 の (ア),(イ),(ウ),(エ) に対して最も適切な条件式をそれぞれ答えよ。ただし，いずれも MAXSIZE-1 個までのデータは正しく格納でき，それ以上はエラーになるものとする。

プログラムリスト 1,2 の設定
- MAXSIZE : 定数（整数）
- A[] : サイズ MAXSIZE の配列（A[0]...A[MAXSIZE-1]）
- stop() : Error!!と表示してプログラムを終了させる終了処理関数
- h,t : グローバル変数（整数），初期値はともに 0

```
void _in(int x){
 if ( (ア) ) stop("Error!!");
 else A[t++]=x;
}


int _out(void){
 if ( (イ) ) stop("Error!!");
 else return A[--t];
}
```

プログラムリスト 1

```
void _in(int x){
 t=(t+1) % MAXSIZE;
 A[t]=x;
 if ( (ウ) ) stop("Error!!");
}

int _out(void){
 if ( (エ) ) stop("Error!!");
 h=(h+1) % MAXSIZE;
 return A[h];
}
```

プログラムリスト 2

(2) プライオリティキューの実現などに利用され，データの出力操作によって常に格納されたデータ中の最大値が得られるデータ構造をヒープという。ヒープに関する以下の問いに答えよ。(最小値が得られるヒープもあるが，ここでは最大値が得られるとする。)

(a) n 個の節点を持つ完全2分木の高さはいくらか，導出過程とともに答えよ。ただし，ここで完全2分木とは，すべての内部節点が2つの子を持ちかつすべての葉の深さが同じである木から，右から順にいくつかの葉を取り除いた2分木とする。すなわち，任意の2つの葉の深さの差が高々1であり，かつ葉が左詰めであるような2分木である。

ヒープを実現する為に完全2分木の各節点に対して「根には番号1を割り当て，番号 k の節点の左の子には $2k$，右の子には $2k+1$ の番号を割り当てる」という規則で番号付けすることを考える。この時，以下の各問いに答えよ。

(b) 番号 $k(k>1)$ の親の節点の番号を答えよ。

(c) 番号 k の節点に格納されたデータを配列 $A[k]$ に格納することで，配列を用いて完全2分木構造を実現できる。以下の（C言語による）プログラムリスト3,4は，この配列を用いてヒープを実現した場合のヒープへのデータ格納およびヒープからのデータ取り出し操作である。プログラムリスト3,4の（あ）〜（え）に適切な条件を答えよ。ただし，プログラムリスト1,2と同様プログラムリスト3,4中の MAXSIZE は整数の定数，A[] はサイズ MAXSIZE の配列，stop() は Error!! と表示してプログラムを終了させる終了処理関数とし，また n は現在のデータ数を表すグローバル整数変数とする。

(d) プログラムリスト3によるデータ挿入にかかる時間計算量を，最も適切なオーダー記法（漸近的記法）で答えよ。またその理由を示せ。

(e) プログラムリスト4によるデータ削除にかかる時間計算量を，最も適切なオーダー記法（漸近的記法）で答えよ。またその理由を示せ。

```
void insertHeap(int x){
 int i,j;
 if (++n>=MAXSIZE) stop("Error!!");
 else{
  A[n]=x;
  i=n; j=i/2;
  while( (あ)  &&  (い) ){
   A[i]=A[j];i=j;j=i/2;
  }
  A[i]=x;
 }
}
```

プログラムリスト 3

```
int delHeap(void){
 int x, i, j, t;
 if (n==0) stop("Error!!");
 else{
  x=A[1];A[1]=A[n--];i=1;
  while (i*2<=n){
   j=i*2;
   if( (う)  &&  (え) ) j=i*2+1;
   if (A[i]>=A[j]) break;
   else{
    t=A[i];A[i]=A[j];A[j]=t;
   }
   i=j;
  }
 }
 return x;
}
```

プログラムリスト 4

問題3

(1) 確率変数 X は，アルファベット $\mathcal{X} = \{1, 2, 3, \ldots, n\}$ のいずれかの値を取る確率変数である。確率変数 X に対応する確率分布を $P_X(x) (x \in \mathcal{X})$ と表記する。次の問いに答えよ（答えだけではなく解答に至る議論も示すこと）。

(a) 確率変数 X のエントロピーを $H(X)$ と表記する。エントロピー $H(X)$ の定義式を示せ。

(b) $P_X(1) = 1/2, P_X(2) = 1/2$ のときのエントロピーの値を計算せよ。

(c) エントロピー $H(X)$ の最小値とその最小値を与える確率分布の例を与えよ。ただし，最小性を示すためにエントロピーの非負性は既知として利用してよい。

(d) エントロピー $H(X)$ の最大値は $\log_2 n$ である。これを証明し，さらに最大値を与える確率分布はどのような分布か述べよ。ただし，証明においては，相対エントロピー (KL ダイバージェンス) に関する不等式

$$D(p||q) = \sum_{x \in \mathcal{X}} p(x) \log_2 \frac{p(x)}{q(x)} \geq 0$$

を利用すること。ただし，$p(x), q(x)$ は $\mathcal{X}$ 上で定義される任意の確率分布である。

(2) 情報源アルファベットが $\{1, 2, \ldots, n\}$ である離散定常無記憶情報源 S が与えられている。また，情報源からの出力を確率変数 X で表す。この情報源からの出力をプレフィックス符号（語頭符号）により符号化するものとしよう。ただし，プレフィックス符号の符号語アルファベットは $\{0, 1\}$ と仮定する。次の問いに答えよ（答えだけではなく解答に至る議論も示すこと）。

(a) 情報源アルファベット i に対するプレフィックス符号の符号語の長さを $l_i (i = 1, 2, \ldots, n)$ と書く。$l_i = i$ となる符号語を持つプレフィックス符号が存在することを示せ。

(b) $n = 4$ の場合について，前問で存在が保証されている符号の一例を符号木の形で表せ。

(c) $n = 4$ でかつ $P_X(1) = 1/2, P_X(2) = 1/4, P_X(3) = 1/8, P_X(4) = 1/8$ の場合において，(b) の符号の平均符号語長 L を求めよ。

(d) 前問 (c) の情報源において，(b) の符号は最適符号であるか，ないかを理由を付して答えよ。

(3) A さんは，信頼性の低い油田探知機を使って油田探査を行っている。A さんが現在調査している場所に油田が存在する確率は 0.1 であり，存在しない確率が 0.9 であることが知られている。油田探知機はブザーを鳴らして油田の存在を伝えるが，まれに間違うことがある。油田探知機の振る舞いは次のとおりである。

- 油田が存在する場合，確率 $1-p$ でブザーが鳴る。
- 油田が存在する場合，確率 p でブザーが鳴らない。
- 油田が存在しない場合，確率 $1-p$ でブザーが鳴らない。
- 油田が存在しない場合，確率 p でブザーが鳴る。

ここで，p は 0.5 以下の非負実数である。以下では，油田のあるなしを確率変数 X で表し，$X=0$ が「油田なし」，$X=1$ が「油田あり」を意味するものとする。また，ブザーの鳴る/鳴らないを確率変数 Y で表し，$Y=0$ を「ブザーが鳴らない」，$Y=1$ を「ブザーが鳴る」に対応付ける。

次の問いに答えよ（答えだけではなく解答に至る議論も示すこと）。

(a) ブザーの鳴る確率 $P_Y(1)$ を求めよ。

(b) 条件付エントロピー $H(Y|X)$ を 2 値エントロピー関数

$$h(x) = -x\log_2 x - (1-x)\log_2(1-x), \quad 0 \leq x \leq 1$$

を用いて表せ。ただし，2 値エントロピー関数の定義においては $0\log_2 0 = 0$ とする。

(c) 探知機の有用性を相互情報量で評価したい。相互情報量 $I(X;Y)$ を 2 値エントロピー関数を用いて表せ。探知機が全く役に立っていないとき，すなわち $I(X;Y)=0$ となるときの p の値を求めよ。