

平成24年度 編入学者・転入学者選抜学力検査 [問題]

— 数 学 —

[問題 1]

(1) 次の行列式を因数分解せよ。

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ x & y & z \\ x^2 & y^2 & z^2 \end{vmatrix}$$

(2) 次の行列が逆行列をもつときの x の条件を求めよ。また、そのときの逆行列を求めよ。

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ x & 0 & 1 \\ x^2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

[問題 2] 次の行列 A と P について、問 (1) と (2) に答えよ。

$$A = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 0 \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}, \quad P = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} a & b & c \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \sqrt{2} \end{pmatrix}$$

(1) 行列 A の固有値を求めよ。

(2) (1) で求めた固有値を $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ ($\lambda_1 \leq \lambda_2 \leq \lambda_3$) とする。このとき行列 P が直交行列で、かつ次をみたすように a, b, c を求めよ。

$${}^tPAP = \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_3 \end{pmatrix}$$

[問題 3] 2変数関数 $f(x, y) = x^3 - y^3 - xy$ について、問 (1) と (2) に答えよ。

(1) $f_x(a, b) = f_y(a, b) = 0$ を満たす点 (a, b) を求めよ。

(2) (1) で求めた点において極値の判定をせよ。

[問題 4]

(1) 次の不定積分を求めよ。

$$\int \frac{x^2 - x - 2}{x^3 - x^2 + x - 1} dx$$

(2) 次の2重積分の値を求めよ。

$$\iint_D \log(x+y) dx dy, \quad D = \{(x, y) \mid 0 \leq x \leq 1, 1 \leq y \leq 2\}$$