

問題 1

I

力学的エネルギー保存則より、以下の等式が成立する。

$$\frac{1}{2}mv^2 = mgh$$

$$\therefore h = \frac{v^2}{2g}$$

II

(1)

物体は斜面から、大きさ $mg \cos \theta$ の垂直抗力を受ける。したがって、斜面を登るさいの摩擦力の大きさは $\mu' mg \cos \theta$ となる。

(2)

最高点に達するまで、物体は斜面上を距離 $h' / \sin \theta$ だけ進むのだから、摩擦力が行う仕事は $-\mu' mg \cos \theta h' / \sin \theta$ となる。そのため、最高点に達するまで、力学的エネルギーは $\mu' mg \cos \theta h' / \sin \theta$ だけ減少する。したがって、以下の等式が成立する。

$$\frac{1}{2}mv^2 - mgh' = \frac{\mu' mgh'}{\tan \theta}$$

$$\therefore h' = \frac{v^2}{2g \left(1 + \frac{\mu'}{\tan \theta}\right)}$$

III

(1)

運動量保存則より、以下の等式が成立する。

$$mv = (m + M)V$$

$$\therefore V = \frac{mv}{m + M}$$

(2)

力学的エネルギー保存則より、以下の等式が成立する。

$$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}(m + M)V^2 + mgH$$

これに得られた V を代入すれば

$$H = \frac{1}{2g} \left\{ v^2 - \frac{(m + M)}{m} V^2 \right\} = \frac{1}{2g} \left\{ v^2 - \frac{(m + M)}{m} \frac{m^2}{(m + M)^2} v^2 \right\} = \frac{v^2}{2g} \frac{M}{m + M}$$

問題 2

クーロンの法則より、

x 軸上の電荷がもたらす力は、

$$x \text{ 軸負の向き、大きさ } k \frac{qQ}{a^2}$$

y 軸上の電荷がもたらす力は、

y 軸負の向き、大きさ $k \frac{qQ}{a^2}$

となる。これを合成したクーロン力の大きさは

$$\sqrt{2}k \frac{qQ}{a^2}$$

となる。