

平成 24 年度工学部第一部機械工学科推薦入試  
数学 正解・解答例

問題 1 (1) ベクトル  $\vec{c}$ ,  $\vec{d}$  は  $\vec{c} = (2, 0, 1)$ ,  $\vec{d} = (-1, 4, 0)$  で与えられる。 $\vec{v} = (x, y, z)$  とおけば、条件  $\vec{v} \perp \vec{c}$ ,  $\vec{v} \perp \vec{d}$  により、

$$0 = \vec{v} \cdot \vec{c} = 2x + z, \quad 0 = \vec{v} \cdot \vec{d} = -x + 4y.$$

よって、 $\vec{v} = (4y, y, -8y)$  を得る。長さの条件  $|\vec{v}| = 1$  により  $81y^2 = 1$ , すなわち、 $y = \pm \frac{1}{9}$  となり  $\vec{v}$  は次のいずれか。

$$\vec{v}_+ = \frac{1}{9}(4, 1, -8), \quad \vec{v}_- = -\frac{1}{9}(4, 1, -8).$$

(2)

$$S = \frac{1}{2} \sqrt{|\vec{c}|^2 |\vec{d}|^2 - (\vec{c} \cdot \vec{d})^2} = \frac{1}{2} \sqrt{5 \times 17 - (-2)^2} = \frac{9}{2}.$$

(3)  $\vec{BA} = \vec{a}$  とおけば、 $\vec{a} = (3, 2, 5)$  となる。 $\triangle BCD$  を底面とするときの四面体  $ABCD$  の高さ  $h$  は、(1) で求めた  $\vec{v}$  を用いて、

$$h = |\vec{v} \cdot \vec{a}| = |\vec{v}_\pm \cdot \vec{a}| = \left| \mp \frac{26}{9} \right| = \frac{26}{9}$$

と計算でき、体積  $V$  は、

$$V = \frac{1}{3} Sh = \frac{1}{3} \times \frac{9}{2} \times \frac{26}{9} = \frac{13}{3}.$$

問題 2 関数  $y = 2x - \sin 2x + 4 \cos x$  を微分して整理すれば、

$$y' = 2 - 2 \cos 2x - 4 \sin x = 4 \sin x (\sin x - 1).$$

$y' = 0$  とすると、 $x = 0, \frac{\pi}{2}, \pi$  を得る。増減表は次のようになる。

$x$	$-\frac{\pi}{2}$	...	0	...	$\frac{\pi}{2}$	...	$\pi$	...	$\frac{3\pi}{2}$
$y'$		+	0	-	0	-	0	+	
$y$	$-\pi$	$\nearrow$	極大 4	$\searrow$	$\pi$	$\searrow$	極小 $2\pi - 4$	$\nearrow$	$3\pi$

したがって、 $y$  は  $x = 0$  で極大値 4,  $x = \pi$  で極小値  $2\pi - 4$  をとる。