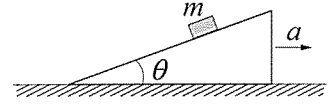


問1 水平からの傾きが θ の斜面上に、質量 m の物体が置かれている。物体と斜面のあいだの静止摩擦係数を μ 、重力加速度の大きさを g とし、空気抵抗は無視する。

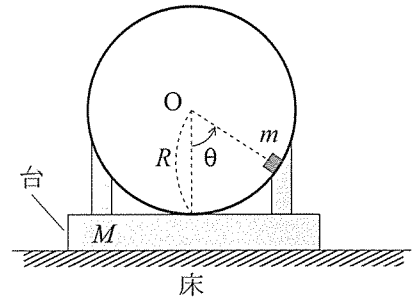


- (1) 斜面が静止しているとき、物体を斜面上に静止させられる角度 θ の条件を求めよ。
- (2) 角度 θ が上問 (1) の条件を満たすとして、斜面を水平方向に、図の右向きの加速度 a で運動させたとき、物体が斜面をすべり出さないような加速度 a の上限値を求めよ。

問2 鉛直面内に固定された半径 R の円形レールに沿ってレールから離れることなくなめらかに運動する質量 m の小物体について考える。物体の位置は、レール円の中心 O と物体を結ぶ線分が O を通る鉛直線となす角 θ により表す。重力加速度の大きさを g とし、空気抵抗は無視する。

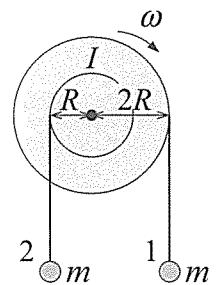
- (1) レールの最下点 ($\theta = 0$) 近傍での物体の微小振動の周期を求めよ。
- (2) レールの最下点 ($\theta = 0$) で物体にレールに沿った水平方向の初速度 v_0 を与えたとき、物体がレール上の位置 $\theta = \frac{\pi}{2}$ で折り返すための v_0 を求めよ。

次に、このレールを台の上に固定し、水平で滑らかな床面上に置く。台とレールの質量の和を M とする。台を床面上に静止させてから、レールの最下点 ($\theta = 0$) で物体に水平右向きの初速度 v_0 を与えたところ、物体の運動と同時に台も床面上を（初速度 0 で）すべり始め、その後物体はレールの最上点 ($\theta = \pi$) に到達することなく折り返し、レールをすべり下りた。



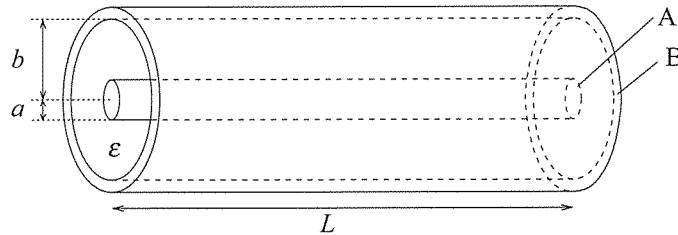
- (3) 物体が最初にレール上を折り返す瞬間における台の速度を求めよ。
- (4) 物体がレール上の位置 $\theta = \frac{\pi}{2}$ で折り返すための初速度 v_0 を求めよ。

問3 半径 R と半径 $2R$ の円板を組み合わせた滑車が、水平に固定された中心軸のまわりを一体となってなめらかに回転する。この滑車の半径 $2R$ の部分と半径 R の部分に、右図のようにそれぞれ時計まわりおよび反時計まわりに糸を巻きつけ、糸の先端にそれぞれ等しい質量 m のおもり 1, 2 をつるす。固定軸のまわりの滑車の慣性モーメントを I 、重力加速度の大きさを g とし、空気抵抗は無視する。糸を鉛直でたるみのない状態にしておもりを放すと、2 つのおもりは鉛直方向に運動して滑車を回転させた。



- (1) 滑車が時計まわりに回転する角速度 ω を用いて、おもり 1, 2 の速度 v_1, v_2 を表せ。ただし速度は鉛直下向きを正とする。
- (2) 時刻 t での滑車の時計まわりの角速度を $\omega(t)$ 、おもり 1, 2 にはたらく糸の張力をそれぞれ T_1, T_2 として滑車の回転運動の方程式（角運動量方程式）を記せ。
- (3) おもり 1 が落下する加速度を、 m, I, R, g を用いて表せ。

- 問4 共通の中心軸をもつ断面の半径 a の円柱形導体 A と断面の内半径 b の円筒形導体 B を電極とする、長さ L の円柱形コンデンサーを考える。電極間は誘電率 ε の一様な誘電体で満たされている。 L は $b-a$ にくらべて十分長く、電気容量へのコンデンサー端部の影響は無視できるとする。



- (1) 電極 A, B にそれぞれ電荷 $+Q, -Q$ を帯電させたとき、電極間に生じる電場の強さを中心軸からの距離 R の関数で表せ。
 - (2) このコンデンサーの電気容量を求めよ。
 - (3) 通常、誘電体は電気を通さないが、電場の強さがある上限値 E_c を超えると絶縁性が破壊されて放電が起きる。 $a = 2.0 \text{ mm}$, $b = 50 \text{ mm}$, $L = 150 \text{ mm}$, $\varepsilon = 1.0 \times 10^{-11} \text{ F/m}$, $E_c = 1.0 \times 10^6 \text{ V/m}$ のとき、電極間で絶縁破壊を起こすことなく（すなわち電場の強さの最大値が E_c を超えない範囲で）このコンデンサーに加えることのできる電圧の上限値を求めよ。解答は有効数字2桁で表し、単位も記すこと。計算に必要であれば $\log 2 = 0.69$, $\log 3 = 1.1$, $\log 5 = 1.6$ を用いてよい。
- 問5 真空中で、導線 Γ に沿って流れる定常電流 I が位置 $\vec{r}$ につくる磁束密度 $\vec{B}(\vec{r})$ は、真空の透磁率を μ_0 とすると、ビオ-サバールの法則により

$$\vec{B}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{\Gamma} \frac{Id\vec{s} \times (\vec{r} - \vec{s})}{|\vec{r} - \vec{s}|^3}$$

のように、導線の各部 $\vec{s}$ を流れる電流素片 $Id\vec{s}$ がつくる磁束密度の重ね合わせとして表すことができる。このビオ-サバールの法則を用いて、半径 a の円形導線を流れる電流 I が円の中心につくる磁束密度の大きさを求めよ。答えを導く過程も記すこと。

- 問6 半径 R の N 巻き円形コイルが、直径に沿った水平な回転軸まわりをなめらかに回転できる。コイルのまわりには鉛直上向きの一様な磁束密度 B_0 の磁場が加えられている。
- (1) コイル面の法線ベクトルが鉛直方向から角度 θ 傾いているとき、コイルを貫く磁束を求めよ。
 - (2) コイルを角速度 ω で回転させたとき、コイルに生じる誘導起電力の最大値 V_0 を求めよ。
 - (3) このコイルに抵抗 R を接続する。コイルの自己インダクタンスを L とし、コイルと導線の抵抗は無視できるとする。コイルを角速度 ω で回転させたとき、抵抗を流れる電流の最大値を求めよ。解答には上問(2)の記号 V_0 を用いてよい。