

問題 18 制御工学 A の解答例

I

(出題意図)

一般的な出力フィードバック制御系を対象に，制御系の特性解析およびコントローラ的设计に関する基礎的能力を，以下の点について問う。

- システムの微分方程式が与えられた場合に，ラプラス変換を用いて対応する伝達関数を導出できること。また，信号のラプラス変換が与えられた場合に，ラプラス逆変換により時間領域の関数を導出できること。
- 制御系のブロック線図が与えられた場合に，特定の入力から出力までの伝達関数を導出できること。
- ラプラス変換法に基づいて，制御系の時間応答を導出できること。
- 制御系の周波数応答関数と定常状態における制御系の入出力応答との関係を理解し，所定の性能要件を満たすためのコントローラ設計条件を導出できること。

(解答)

$$(1) \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{1}{2s^2 + 4s}$$

$$(2) \frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{4}{s^2 + 2s + 4}$$

$$(3) a_1 = 1, a_2 = -1, a_3 = 1, a_4 = \sqrt{3}, a_5 = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$(4) \frac{E(s)}{D(s)} = \frac{-1}{s^2 + 3s + 5 + K}$$

$$(5) K > 7$$

II

(出題意図)

開ループ伝達関数が与えられたフィードバック系に対し，以下の数値的特性の計算方法を問うものである。

- 折れ線近似によるゲイン線図の描き方を理解し，折れ点角周波数および定常ゲインを計算する。
- 与えられた開ループ伝達関数に対して，フィードバック系の安定度を示すゲイン余裕の定義を理解し，ゲイン余裕を dB 単位で計算する。

(解答)

(1) $\omega_1 = 0.33 \text{ [rad/s]}$, $\omega_2 = 0.5 \text{ [rad/s]}$, $\omega_3 = 1.0 \text{ [rad/s]}$

(2) $A = K$ または $A = 20 \log_{10} K$

(3) $GM_{dB} = 20 \text{ [dB]}$

問題19 電気回路 出題意図・解答例

- 出題意図
- ・ 節点電位法を用いて交流回路の方程式を解く。
 - ・ 交流電圧源と交流電流源を含む回路の有効電力と無効電力を求める。

問題19 I (解答)

- (1) 節点 A の電位 V_1 における節点方程式：

$$\frac{V_1 - E}{R_1} + \frac{V_1}{-jX_C} + \frac{V_1}{R_2 + jX_L} = 0$$

$$V_1 = \frac{15}{\left\{1.5 + j\left(\frac{1}{X_C} - 0.5\right)\right\}}$$

$$I_C = \frac{V_1}{-jX_C} = \frac{15}{(1 - 0.5X_C) - j1.5X_C}$$

$$I_{R_2} = \frac{V_1}{R_2 + jX_L} = \frac{V_1}{1 + j} = \frac{15}{\left(2 - \frac{1}{X_C}\right) + j\left(\frac{1}{X_C} + 1\right)}$$

- (2) 抵抗 R_2 で消費される電力：

$$P = R_2 |I_{R_2}|^2 = \frac{15^2}{\left(2 - \frac{1}{X_C}\right)^2 + \left(\frac{1}{X_C} + 1\right)^2}$$

$$X_C = 2 \, \Omega$$

- (3) 節点 V_1 と V_2 における節点方程式：

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1-j & -j \\ -j & 1+j \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 15 \\ 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5-j6 \\ 1-j4 \end{bmatrix} \text{ V}$$

$$V_1 = 5 - j6 \text{ [V]}$$

$$I_{R_2} = \frac{V_2}{R_2} = \frac{1-j4}{R_2} = 1 - j4 \text{ [A]}$$

- (4) 各素子に流れる電流と電力：

有効電力： $P = 153 \text{ [W]}$, 無効電力： $Q = 102 \text{ [Var]}$ (符号は問わない)

出題意図

直流回路の定常状態と過渡状態の計算をすることができるかを見る。

Ⅱ 解答例

(1)

$$\textcircled{1} \quad i_1(t) = 10(1 - e^{-5t} + e^{-10t})$$

$$i_2(t) = 10e^{-10t}$$

$$\textcircled{2} \quad v_C(t) = 50(1 - e^{-10t})$$

$$\textcircled{3} \quad P = 500 \text{ W}$$

(2)

$$\textcircled{1} \quad i_2(t) = -10 e^{-5t} \cos(5t)$$

$$\textcircled{2} \quad W = 75 \text{ J}$$

$$\textcircled{3} \quad C = 0.04 \text{ F}$$

問題 20 電磁気学

I

出題意図：

平板間の静電容量が計算でき、時間とともに変化する誘電体の充填の状況による、電荷量、電界、静電容量と静電エネルギー、各電極の電位の変化を計算できることを問う。

解答例：

(1)

$$C_0 = \frac{\varepsilon_0 A}{d-t}$$

$$Q_0 = C_0 V_0 = \frac{\varepsilon_0 A}{d-t} V_0$$

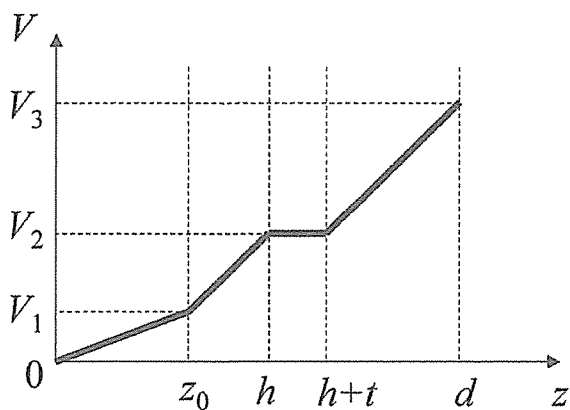
(2)

$$E_1 = \frac{V_0}{\varepsilon_r(d-t)}$$

$$E_2 = \frac{V_0}{d-t}$$

$$E_3 = \frac{V_0}{d-t}$$

(3)



$$V_1 = \frac{V_0}{\varepsilon_r} \frac{z_0}{d-t}$$

$$V_2 = \frac{V_0}{\varepsilon_r} \frac{z_0}{d-t} + V_0 \frac{h-z_0}{d-t}$$

$$V_3 = \frac{V_0}{d-t} \left\{ d-t-z_0 \left(1 - \frac{1}{\varepsilon_r} \right) \right\}$$

(4)

$$C_1(z_0) = \frac{\varepsilon_0 A}{d-t-z_0 \left(1 - \frac{1}{\varepsilon_r} \right)}$$

$$W_1(z_0) = \frac{d-t-z_0 \left(1 - \frac{1}{\varepsilon_r} \right)}{2(d-t)^2} \varepsilon_0 A V_0^2$$

(5)

$$\frac{W_2}{W_0} = \left(\frac{1}{1 - \frac{h}{d-t} \left(1 - \frac{1}{\varepsilon_r} \right)} \right)^2$$

出題の意図と採点のポイント

(1)	・電流素片が作る微小磁界の法則を理解しているか。
(2)	・空間座標を用いて微小磁界を計算することができるか。
(3)	・コイル全体の作る磁界を積分により計算することができるか。
(4)	・コイルに鎖交する磁束を理解しているか。
(5)	・コイルに鎖交する磁束の時間変化と誘導起電力との関係を理解しているか。

Ⅱ (1)
$$d\mathbf{B} = \frac{\mu_0 I a d\theta \mathbf{t} \times \mathbf{R}}{4\pi R^3}$$

(2)
$$dB_z = \frac{\mu_0 I a d\theta}{4\pi R^3} (a - x' \cos\theta - y' \sin\theta)$$

(3)
$$B_z = \frac{\mu_0 I a}{4\pi r^3} \left\{ 2\pi a - \frac{3\pi a}{r^2} (x'^2 + y'^2) \right\}$$

又は
$$\frac{\mu_0 I a}{4\pi} \frac{2\pi a}{r^3} \left\{ 1 - \frac{3}{2r^2} (x'^2 + y'^2) \right\}, \quad \frac{\mu_0 I \pi a^2}{4\pi r^5} (3z'^2 - r^2) \quad \text{でもよい。}$$

(4)
$$\Phi = \frac{\mu_0 I \pi a^2}{2} \frac{b^2}{(b^2 + c^2)^{3/2}}$$

(5)
$$E = \frac{\mu_0 I \pi a^2}{2} \frac{3b^2 c v}{(b^2 + c^2)^{5/2}}$$

問題2 1 電子回路 出題意図

オペアンプを用いた回路により，増幅率のみならず位相が変化することを認識しているかどうかを問う問題とした。インピーダンスを求めることと，理想オペアンプの特性を用いることで解くことができる。このときオペアンプを含む電子回路では，回路全体の等価的なインピーダンスの実数成分が，正から負まで変化することを理解しているかを問うこととした。

問題2 1 電子回路 解答例

(1)

$$V_+ = \frac{1}{j\omega CR_2 + 1} V_1$$

(2)

$$I_1 = \frac{j\omega CR_2}{(j\omega CR_2 + 1)R_1} V_1$$

(3)

$$V_o = \frac{1 - \frac{R_3}{R_1} j\omega CR_2}{j\omega CR_2 + 1} V_1$$

(4)

(導出過程は省略)

$$R_1 = R_3$$

(5)

$$\omega = \frac{1}{CR_2}$$