

2027 年度（令和 9 年度）大学院工学研究科（博士前期課程）

専門試験問題

（物理工学系 材料機能プログラム）

注 意 事 項

1. 試験開始の指示があるまで、この問題冊子を開いてはいけません。
2. 問題は、1 ページから 7 ページまであります。解答用紙は、3 枚あります。ページの脱落等に気付いたときは、手をあげて監督者に知らせてください。
3. 下記表の問題を全て解答してください。1 題につき解答用紙 1 枚を使用して解答してください。
解答用紙の追加配付はありません。

問題番号	出題科目
10	量子物性
11	材料物理化学
12	金属材料学

4. 監督者の指示に従って、問題番号、志望プログラム及び受験番号を 3 枚の解答用紙の該当欄に必ず記入してください。
5. 計算用紙は、問題冊子の白紙ページを利用してください。
6. 解答用紙の裏にも解答を記入する場合には、表と上下を逆にして記入してください。
7. 机の上には、受験票、黒の鉛筆・シャープペンシル、消しゴム、鉛筆削り及び時計（計時機能だけのもの）以外の物を置くことはできません。
8. コンパス及び定規等は、使用できません。
9. 時計のアラーム（計時機能以外の機能を含む。）は、使用しないでください。
10. スマートフォン、携帯電話、ウェアラブル端末等の音の出る機器を全て机の上に出し、それらの機器のアラームを解除してから、電源を切り、かばん等に入れてください。
11. 試験終了まで退室できません。試験時間中に用がある場合は、手をあげてください。
12. 試験終了後、この問題冊子は持ち帰ってください。

問題 10 量子物性

設問すべてについて解答すること。必要に応じて、プランク定数には h ，換算プランク定数（ディラック定数）には $\hbar = h/2\pi$ ，電気素量には e ，光速には c ，ボツルマン定数には k_B を用いよ。

I 次の文章を読んで、以下の（１）と（２）の問いに答えよ。

量子力学の成立に重要な役割を果たした実験事実の一つに光電効果がある。光電効果とは、物質に光を照射すると電子（光電子）が物質の外部に放出される現象である。古典電磁気学では、光のエネルギーは波の（ ① ）の２乗に比例することが知られている。そのため、光電子の運動エネルギーは光の（ ① ）に依存すると予想されていた。しかし実験では、光電子の運動エネルギーの最大値は光の（ ② ）に依存することが明らかになった。また、照射する光の（ ② ）が特定の値より小さい場合、どれだけ（ ① ）を大きくしても電子は放出されない。この（ ② ）を（ ③ ）といい、物質によってその値は異なる。

これらの事実を説明するために（ ④ ）は、光がエネルギー E をもつ粒子として振る舞うと仮定した。この粒子は（ ⑤ ）と呼ばれる。金属中の電子を外部に取り出すためには、１個の（ ⑤ ）がもつエネルギーは物質固有の（ ⑥ ）を超える必要がある。（ ⑥ ）を W で表すと、エネルギー保存則より、放出された電子の最大運動エネルギーは $K_{\max} =$ （ A ）と表される。ここで、電子の最大運動エネルギーは実験的には阻止電圧 V_0 を用いて $K_{\max} =$ （ B ）と書ける。（ ④ ）の仮定によれば、光の（ ② ）はエネルギー E とプランク定数を用いて（ C ）と表すことができるので、これらを組み合わせると阻止電圧は（ ② ）の一次関数となり、その傾きは（ D ）となる。

この結果は、光が連続的な波ではなく、ときには粒子のように振る舞うことを示している。離散的なエネルギー単位は量子と呼ばれ、量子論の確立に決定的な役割を果たした。

（１）空欄①～⑥には異なる語句または人名が入る。空欄①～⑥のそれぞれに最もふさわしい語句または人名を以下の選択肢から選べ。

（語句）波長， 振幅， 周期， 振動数， 位相， 速度， 最大波長， 固有周期，
臨界振動数， 初期位相， 終端速度， 陽子， 電子， 陽電子， 光子， 音量子，
素粒子， 融解エネルギー， 昇華エネルギー， 凝集エネルギー， エンタルピー，
自由エネルギー， 仕事， 仕事関数

（人名）アインシュタイン， シュレーディンガー， ド・ブロイ， ディラック，
ハイゼンベルグ， パウリ， フェルミ， プランク， ボーア

（２）空欄A～Dの数式を答えよ。

II 質量 m 、角振動数 ω の一次元調和振動子を考える。座標変数を x とすると、ポテンシャルは

$$V(x) = \frac{1}{2} m \omega^2 x^2$$

で与えられる。以下の(1)～(8)の問いに答えよ。

(1) この系の時間に依らないシュレーディンガー方程式を書け。ただし、波動関数は $\psi(x)$ 、エネルギーは E と表すこと。

(2) 無次元変数

$$z = \sqrt{\frac{m\omega}{\hbar}} x$$

を導入し、(1)のシュレーディンガー方程式を

$$\left(\frac{d^2}{dz^2} + A \right) \psi(z) = B \psi(z)$$

の形に変形する。このときの A と B を求めよ。

(3) $x \rightarrow \infty$ のときに $V(x) \rightarrow \infty$ となることから、波動関数 $\psi(z)$ は $z \rightarrow \infty$ のときに $\psi(z) \rightarrow 0$ となることが予想される。そこで

$$\psi(z) = e^{-\frac{1}{2}z^2} u(z)$$

とおく。このとき $u(z)$ が満たす微分方程式を導出せよ。ただし、解答には A と B を使用しないこと。

(4) $u(z)$ をべき級数

$$u(z) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n z^n$$

とおく。 a_n に関する漸化式を求めよ。

(5) 波動関数 $\psi(z)$ が $z \rightarrow \infty$ のときに $\psi(z) \rightarrow 0$ となり、正規化可能であるためには、 $u(z)$ の級数が有限項で打ち切られる必要がある。この条件から、許されるエネルギー固有値を求めよ。

(6) 基底状態($n=0$)の波動関数 $\psi_0(x)$ を求めよ。ここで規格化定数には C_0 を用いることとし、座標変数には z ではなく x を用いること。

(7) 規格化定数 C_0 を、質量 m と角振動数 ω を用いて表せ。

(8) 同様にして $n=1$ の波動関数 $\psi_1(x)$ を求め、 $\psi_0(x)$ と $\psi_1(x)$ が直交することを示せ。

Ⅲ 固体中の各原子が互いに独立に振動し、同一の角振動数 ω をもつ三次元調和振動子として記述されるとする（アインシュタイン模型）。以下の（１）～（８）の問いに答えよ。

（１）最初に、１つの一次元調和振動子に着目し、 n 番目のエネルギー準位を E_n で表すとする。エネルギー準位 E_n を書け。 n がとりうる値も明記すること。

（２）この一次元調和振動子の温度 T における分配関数は、以下の式で表される（ $\beta = 1/(k_B T)$ ）。

$$Z_1 = \sum_{n=0}^{\infty} e^{-\beta E_n}$$

（１）で求めた E_n を代入し、 Z_1 を計算して求めよ。

（３）この一次元調和振動子の内部エネルギーは、 Z_1 を用いて以下の式で表される。

$$U_1 = -\frac{\partial}{\partial \beta} \ln Z_1$$

（２）で求めた Z_1 を代入し、 U_1 を計算して求めよ。

（４）固体中の原子数を N とする。１つの原子は３つの自由度をもつことを考慮して、固体全体の内部エネルギー U を求めよ。ただし、解答には U_1 を含めないこと。

（５）定積比熱 C_V を求めよ。

（６）（５）の結果を用いて高温極限における定積比熱を求めよ。

（７）（５）の結果を用いて低温における定積比熱の関数型を温度の関数として示し、低温極限における定積比熱を求めよ。

（８）定積比熱の温度依存性はアインシュタイン模型で概ね説明できるが、厳密には実験結果と一致しない。図１のように温度 T を横軸、比熱 C_V を縦軸にとり、アインシュタイン模型による定積比熱と実験結果の曲線を概略的に図示し、両者の違いを簡潔な文で説明せよ。アインシュタイン模型による定積比熱は実線、実験結果は破線で描くこと。

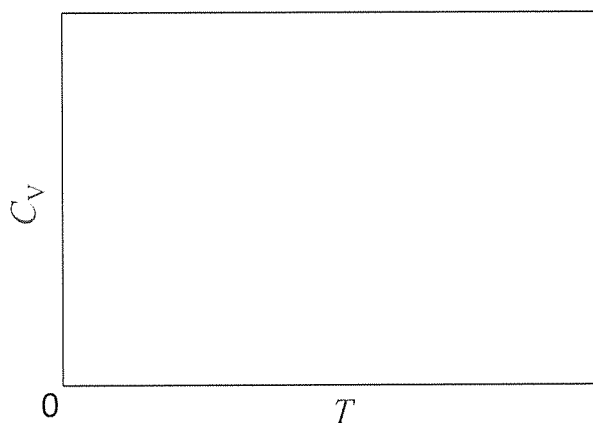


図 1

問題 1 1 材料物理化学

設問すべてについて解答すること。

I 水素脆化とは鉄鋼材料中に吸収された水素により鋼材の強度を低下させる現象である。そのため、製錬過程で吸収された水素を低減する必要がある、次のような条件で溶鉄中からの脱水素速度を調べた。

1600 °Cにおいて、断面積が一定の容器中で高周波誘導攪拌溶解した溶鉄表面に純アルゴンを吹き付けて、脱水素速度を測定した。溶鉄中の水素濃度は 500 s 間で 10 ppm から 1 ppm まで低下した。脱水素速度はメタル側物質移動律速とし、速度式は以下の微分方程式で表されるとする。

$$-\frac{dC_H}{dt} = k_m \frac{S}{V} (C_H - C_{H_i})$$

ここで、 C_H は溶鉄中の水素濃度、 C_{H_i} は溶鉄表面の水素濃度、 t は時間、 S は容器断面積、 V は溶鉄体積である。

次の (1) ~ (7) の問いについて答えよ。

- (1) 速度式中の、 k_m の名称を答えよ。
- (2) 溶鉄表面は純アルゴンと平衡していると仮定すると、 C_{H_i} はどのような値になるか答えよ。
- (3) $t=0$ s で $C_H = C_{H_0}$ (初期水素濃度) として微分方程式を解け。
- (4) $C_{H_0}=10$ ppm , また、 $t=500$ s で $C_H=1$ ppm として、 k_m を有効数字 2 桁で求めよ。なお、容器断面積 $S=1 \times 10^{-4}$ m² , 溶鉄体積 $V=1 \times 10^{-3}$ m³ とする。計算で必要なら $\ln 2=0.69$, $\ln 3=1.1$, $\ln 10=2.3$ とする。
- (5) 溶鉄表面に水素濃度の境界層ができているとして、その厚さ δ を有効数字 2 桁で求めよ。ただし、溶鉄中の水素の拡散係数は 1.4×10^{-7} m²/s である。
- (6) (5) のような濃度境界層ができていると仮定する物質移動モデルの名称を答えよ。
- (7) 鉄鋼精錬で実用化されている脱ガス装置について説明せよ。

Ⅱ 化学反応が n 次反応($n \neq 1$)の場合について、反応物 A に着目した反応速度式は以下のように書けるとする。

$$-\frac{dC_A}{dt} = kC_A^n$$

ここで、 C_A は反応物 A のモル濃度、 t は時間、 k は化学反応速度定数である。

次の(1)～(4)の問いについて答えよ。

- (1) 上式を積分して、速度式の積分形を示せ。ただし、 $t = 0$ で $C_A = C_{A_0}$ とする。
- (2) 反応物 A が 50%反応するのに要する時間を半減期 $t_{1/2}$ という。半減期 $t_{1/2}$ を求めよ。
- (3) 反応物 A が 75%反応するのに要する時間 $t_{3/4}$ を求めよ。
- (4) $t_{1/2}$ と $t_{3/4}$ を用いて $(t_{3/4} - t_{1/2}) / t_{1/2}$ を計算したところ 2 となった。この場合の反応次数 n を求めよ。

問題 1 2 金属材料学

設問すべてについて解答すること。

I 次の (1) ~ (6) の問いについて答えよ。ただし、 $\sqrt{2} = 1.41$ 、 $\sqrt{3} = 1.73$ および $\sqrt{5} = 2.24$ とすること。

- (1) 図 1 は立方晶のステレオ投影図の模式図である。A, B, C および D に示す結晶方位を答えよ。
- (2) 純銅単結晶を引張試験に供した。このときの引張方向は $[\bar{1}35]$ 方向とする。このとき、引張試験開始直後に活動するすべり系を答えよ。
- (3) 前問 (2) で回答したすべり系に対するシュミット因子を答えよ。ただし、有効数字 2 桁で答えること。
- (4) 前問 (2) の引張試験で得られた降伏応力が 6.0 MPa であった。純銅単結晶の臨界分解せん断応力を求めよ。ただし、有効数字 2 桁で答えること。
- (5) 純銅単結晶を引張試験に供した。降伏直後は単一すべりが生じている。引張開始から破断までの応力-ひずみ曲線の模式図を描け。
- (6) 前問 (5) で解答した応力-ひずみ曲線に基づき、転位すべりの観点から純銅単結晶の変形メカニズムを説明せよ。

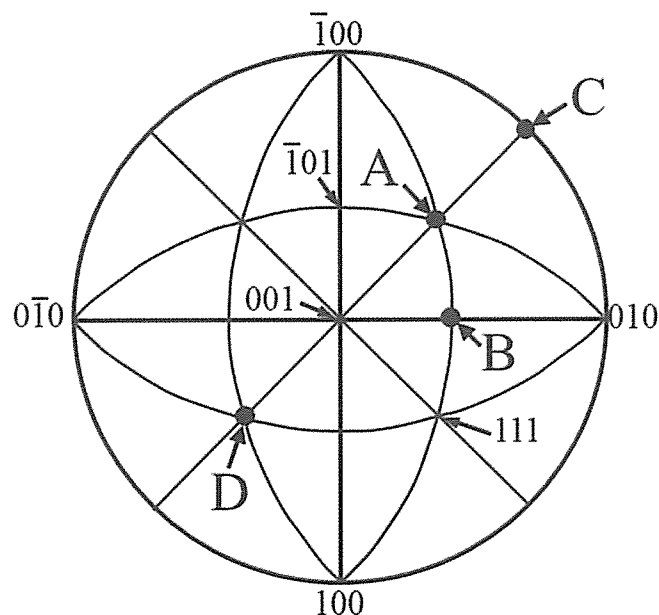


図 1 立方晶のステレオ投影図の模式図。

II 次の(1)～(6)の問いについて答えよ。

- (1) 図2は、Al-Cu 二元系状態図の模式図である。L、 α および θ は、それぞれ液相、AlにCuが固溶した固溶体および Al_2Cu である。Al-10 mass%Cu 合金を750℃から室温までゆっくりと冷却した。「635℃から少し下の温度まで冷却した時」および「548℃から少し下の温度まで冷却した時」の組織変化を、材料組織の模式図と文章で説明せよ。
- (2) 前問(1)の冷却において、548℃直下における共晶組織中の α 相と θ 相の質量比を求めよ。
- (3) 前問(1)の冷却において548℃直下で生じる反応は、大気圧の下で組成に関わらず一定の温度で生じる。この理由を相律にて説明せよ。
- (4) あるCu濃度の亜共晶 Al-Cu 合金を液相から548℃直下までゆっくりと冷却をした。548℃直下において、10 mass%の共晶組織が形成した時の亜共晶 Al-Cu 合金のCu濃度を求めよ。ただし、有効数字3桁で答えること。
- (5) 一般的に Al-4 mass%Cu 合金の硬さを向上させる場合、溶体化処理と時効処理がなされる。溶体化処理と時効処理の役割を説明せよ。
- (6) 溶体化処理をした Al-4 mass%Cu 合金に対して種々の時間で時効処理を施した。このときのビッカース硬さ試験で得られる時効硬化曲線の模式図を描け。

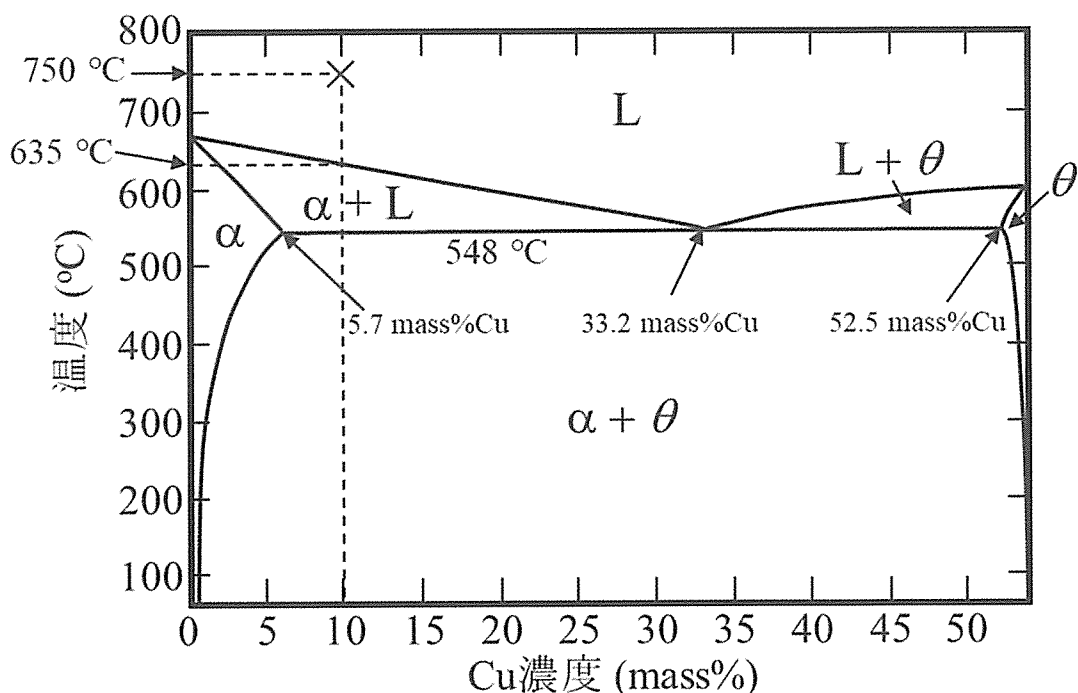


図2 Al-Cu 二元系状態図の模式図。