

出題の意図と採点のポイント

I	● 2変数合成関数の偏導関数を求めることができるか。 ● 1変数関数の広義積分を求めることができるか。 ● 2変数関数の広義積分を求めることができるか。
II	● 行列式, 階数を求めることができるか。 ● 部分空間や基底を理解しているか。 ● 平行六面体の体積と行列式の関連を理解しているか。 ● 解空間を求めることができるか。

答 I (1) $\frac{x}{(1+x^2+y^2)\sqrt{x^2+y^2}}$

(2) $\frac{\pi}{4}$

(3) $\frac{7\pi^3}{192}$

(4) $\frac{7\pi^3}{192} \log(\sqrt{2}+1)$

II (1) $0, -1, -3$

(2) $6t(t+1)(t+3)$

(3) $t = -1$ のとき 1,
 $t = 0, -4$ のとき 2,
 $t \neq 0$ かつ $t \neq -1$ かつ $t \neq -4$ のとき 3

(4) $t = 0$ または $t = -4$ のとき.

$t = 0$ のとき $\left\{ \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix} \right\},$

$t = -4$ のとき $\left\{ \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$

(注: 答の一例)

問題19 土工学基礎

I

出題の意図

(1)	トラスの変位の求め方を理解しているか
(2)	相反定理を理解しているか

$$(1) \ v_3 = 2 \frac{PL}{EA}$$

$$(2) \ v_4 = \frac{PL}{EA}$$

II

出題意図

(1)

- ① 限界水深の定義を正しく理解できているか
- ② 水理学的有利断面の定義を正しく理解できているか
- ③ 任意断面における限界水深の式を正しく導出できるか
- ④ 具体的断面の限界水深を算出できるか
- ⑤ 水理学的有利断面を具体的に算出できるか

解答例

(1)

- ① 限界水深の特徴としては以下が挙げられる。
- ・ 同一の比エネルギーの流れに対して流量が最大となる水深である（ベランジェの定理）
 - ・ 同一流量に対して比エネルギーが最小となる水深である（ベスの定理）
 - ・ 同一流量に対して比力が最小となる水深である。
 - ・ 水深を h 、流下方向の軸を x としたときに、漸変流方程式において dh/dx が特異（分母が 0 となる）ときに水深である（ブレスの定理）。
 - ・ 長波の伝搬速度に等しい流速を流しうるときの水深である。
（フルード数が 1 となる流れである）

- ② 水理学的有利断面とは、同じ流水横断面積、同じ粗度係数、同じ河床勾配のもとで流量が最大となる断面である。流量を最大にするには径深 $R = A/S$ を最大にすればよい。

Manning 式を用いると、

$$Q = \frac{1}{n} A R^{2/3} i_b^{1/2}$$

であるので、同じ流水横断面積に対して潤辺 S が最小となる断面が水理学的有利断面である。

- ③ 比エネルギーは水深を h とすると、 $E = h + \frac{Q^2}{2gA^2}$ であり、限界水深では比エネルギーは最小となることから $\frac{dE}{dh} = 1 - \frac{Q^2}{gA^3} \frac{dA}{dh} = 0$ となる

- ④ 放物線の流水断面積 $A = ah^{3/2}$ から $\frac{dA}{dh} = \frac{3}{2}ah^{1/2}$ これを、以下の式に代入して、整理すると、

問題19 土工学基礎

$$1 - \frac{Q^2}{gA^3} \frac{dA}{dh} = 0 \quad \text{から} \quad h_c = \left(\frac{3Q^2}{2ga^2} \right)^{1/4} \text{となる。}$$

また、このときの比エネルギー E は

$$E = h + \frac{Q^2}{2gA^2} = h + \frac{Q^2}{2ga^2h^3} = 0 \quad \frac{Q^2}{ga^2} = \frac{2}{3}h_c^4$$

であり、ここに限界水深から求めた以下の式を代入すると、 E_c は以下のようになる。

$$E_c = h_c + \frac{1}{2h_c^3} \frac{Q^2}{ga^2} = h_c + \frac{1}{3}h_c = \frac{4}{3}h_c$$

⑤三角形の流水断面積 A と潤辺 S は以下のとおりである

$$A = mh^2 \quad \text{より} \quad h = \sqrt{\frac{A}{m}} \quad \text{、また} \quad S = 2h\sqrt{1+m^2}$$

水理学的有利断面では、同じ流水断面積 A に対して潤辺 S を最小にすればよい。

$$S = 2\sqrt{\frac{A}{m}}\sqrt{1+m^2} = 2\sqrt{A}\sqrt{\frac{1+m^2}{m}} = 2\sqrt{A}\sqrt{m + \frac{1}{m}}$$

$$m + \frac{1}{m} \text{ を最小にすればいいので } \frac{d}{dm} \left(m + \frac{1}{m} \right) = 1 - \frac{1}{m^2} = 0$$

より $m = 1$ すなわち、水平：鉛直 = 1:1のとき、水理学的有利断面となる。

Ⅲ

出題の意図と採点のポイント

- 全応力、間隙水圧、有効応力を理解し、理解しているか。
- 圧密における有効応力変化に伴う間隙比変化を理解し、計算することができるか。

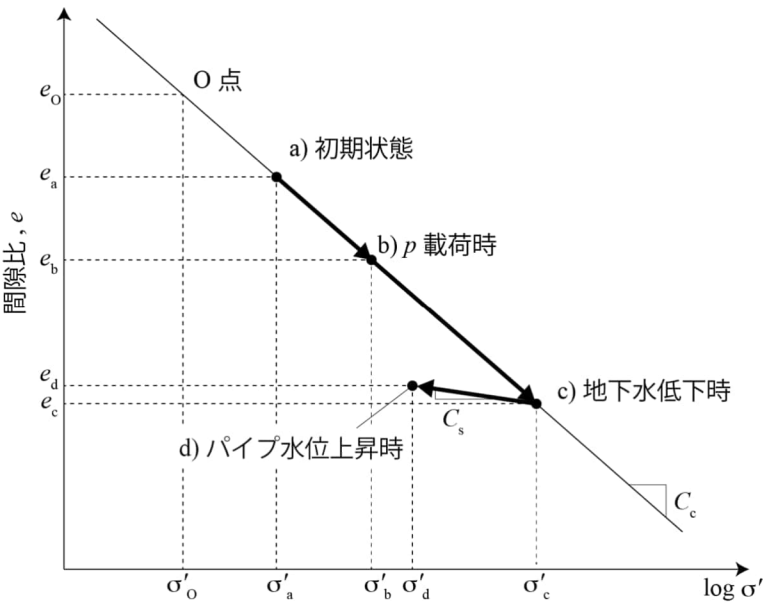
Ⅲ 【解答例】

地下水位の変化およびパイプ水による被圧を考慮して、各状態の全応力、間隙水圧、有効応力および間隙比は以下となる。

状態	全応力 σ	間隙水圧 u_w	有効応力 σ'	間隙比 e
a)	$\sigma_a = \gamma_{\text{sat}}(D + h)$	$u_{wa} = \gamma_w(D + h)$	$\sigma'_a = \sigma_a - u_{wa} = (\gamma_{\text{sat}} - \gamma_w)(D + h)$	$e_a = e_0 - C_c \log \frac{\sigma'_a}{\sigma'_0}$ $= e_0 - C_c \log \frac{(\gamma_{\text{sat}} - \gamma_w)(D + h)}{\sigma'_0}$
b)	$\sigma_b = \gamma_{\text{sat}}(D + h) + p$	$u_{wb} = \gamma_w(D + h)$	$\sigma'_b = \sigma_b - u_{wb} = (\gamma_{\text{sat}} - \gamma_w)(D + h) + p$	$e_b = e_0 - C_c \log \frac{\sigma'_b}{\sigma'_0}$ $= e_0 - C_c \log \frac{(\gamma_{\text{sat}} - \gamma_w)(D + h) + p}{\sigma'_0}$
c)	$\sigma_c = \gamma_{\text{sat}}D + \gamma_t h + p$	$u_{wc} = \gamma_w D$	$\sigma'_c = \sigma_c - u_{wc} = (\gamma_{\text{sat}} - \gamma_w)D + \gamma_t h + p$	$e_c = e_0 - C_c \log \frac{\sigma'_c}{\sigma'_0}$ $= e_0 - C_c \log \frac{(\gamma_{\text{sat}} - \gamma_w)D + \gamma_t h + p}{\sigma'_0}$
d)	$\sigma_d = \gamma_{\text{sat}}D + \gamma_t h + p$	$u_{wd} = \frac{\gamma_w(2D + h)}{2}$	$\sigma'_d = \sigma_d - u_{wd} = (\gamma_{\text{sat}} - \gamma_w)D + \gamma_t h + p - \frac{\gamma_w h}{2}$	$e_d = e_0 - C_c \log \frac{\sigma'_c}{\sigma'_0} - C_s \log \frac{\sigma'_d}{\sigma'_c}$ $= e_0 - C_c \log \frac{(\gamma_{\text{sat}} - \gamma_w)D + \gamma_t h + p}{\sigma'_0}$ $- C_s \log \left\{ \frac{(\gamma_{\text{sat}} - \gamma_w)D + \gamma_t h + p - \frac{\gamma_w h}{2}}{(\gamma_{\text{sat}} - \gamma_w)D + \gamma_t h + p} \right\}$

また $e - \log \sigma'$ 関係は以下となる。

問題19 土工学基礎



IV

出題意図 (1) 社会基盤整備を効率的に行うために最適化手法が用いられることがある。

その一手法である線形計画法の基本についての理解を問う。

(2) 工程管理を効果的に行うための技法についての理解を問う。

(3) 社会基盤整備については効率性と透明性が求められる。

これを具現化するために費用便益分析が行われる。本手法についての理解を問う。

解答例

(1) 線形計画法について以下の問いに答えよ。

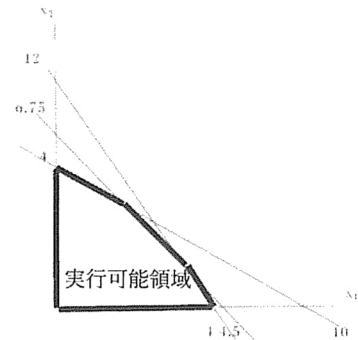
1) 一例として
$$z = 4x_1 + 5x_2 \rightarrow \max$$

$$\text{subject to } 2x_1 + 5x_2 \leq 20$$

$$6x_1 + 4x_2 \leq 27$$

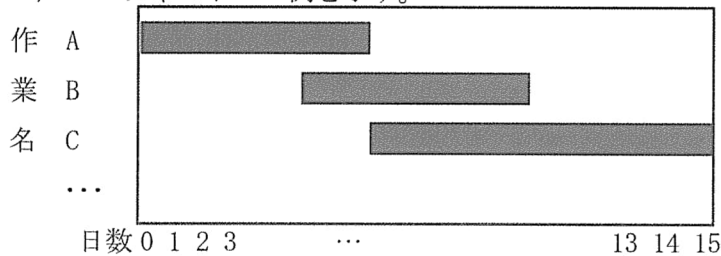
$$3x_1 + x_2 \leq 12$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$$

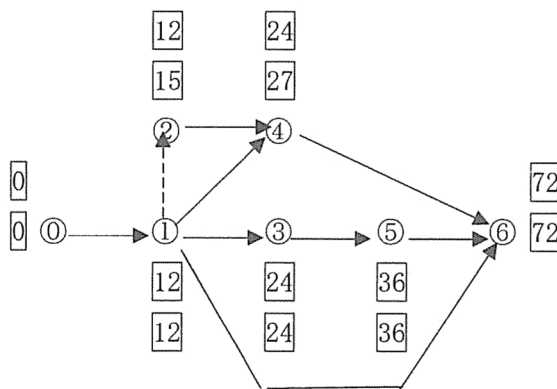


2) 上記の問題に対応する図を作成し、図中で実行可能領域を示す。

(2) 1) バーチャートの一例を示す。



2) PERT のアローダイアグラムの一例を示す。



作業と作業を接続するノード i の近くで上の□に最早開始時刻 t^E_i 、下の□に最遅終了時刻 t^L_i を表す。

(3) (ア) 評価期間 または プロジェクトライフ

(イ) 現在価値

(ウ) 社会的割引率

(エ) $C_n/(1+r)^n$

(オ) $\sum_{t=0}^N B_t/(1+r)^t - I - \sum_{t=1}^N M/(1+r)^t$ $t=0, 1, N$ の説明があることが望ましい

問題19 土木工学基礎

V

出題意図

(1)	コンクリートのワーカビリティについて、コンクリートの構成材料が与える影響を問うことがねらいである。
(2)	コンクリートのアルカリシリカ反応の発生メカニズムと抑制対策を問うことがねらいである。

解答例

(1) ワーカビリティへの影響因子に関する説明において、(a) ～ (m) に適切な用語・語句を記載せよ。

a: 増大, b: 材料分離抵抗性, c: ブリーディング,
d,e: (d,e: 小さく) または (d,e: 大きく) ※d と e が揃って正解,
f: 大きく, g: スランプ, h: 粘性, i: 悪い/角張っている/偏平な, j: ワーカビリティ,
k: ボールベアリング, l: エントレインドエア, m: 大きく

(2) アルカリシリカ反応のメカニズムと抑制対策について記載せよ。

メカニズム：
コンクリート中のアルカリ、水、骨材に含まれる反応性シリカの反応によって、ケイ酸塩の反応性生成物（アルカリシリカゲル）が生成される。アルカリシリカゲルが吸水膨潤することで、その膨張圧によりコンクリートにひび割れが発生する。

対策

- ・アルカリ量を小さくする。（同義：混合セメントなどを使用する。）
- ・反応性骨材を使用しない。
- ・硬化後のコンクリートに水分を供給しない。