

出題の意図と採点のポイント

|    |                                                                                                                                                                    |
|----|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| I  | <ul style="list-style-type: none"> <li>● 2変数合成関数の偏導関数を求めることができるか。</li> <li>● 1変数関数の広義積分を求めることができるか。</li> <li>● 2変数関数の広義積分を求めることができるか。</li> </ul>                   |
| II | <ul style="list-style-type: none"> <li>● 行列式, 階数を求めることができるか。</li> <li>● 部分空間や基底を理解しているか。</li> <li>● 平行六面体の体積と行列式の関連を理解しているか。</li> <li>● 解空間を求めることができるか。</li> </ul> |

答 I (1)  $\frac{x}{(1+x^2+y^2)\sqrt{x^2+y^2}}$

(2)  $\frac{\pi}{4}$

(3)  $\frac{7\pi^3}{192}$

(4)  $\frac{7\pi^3}{192} \log(\sqrt{2}+1)$

II (1)  $0, -1, -3$

(2)  $6t(t+1)(t+3)$

(3)  $t = -1$  のとき 1,  
 $t = 0, -4$  のとき 2,  
 $t \neq 0$  かつ  $t \neq -1$  かつ  $t \neq -4$  のとき 3

(4)  $t = 0$  または  $t = -4$  のとき.

$t = 0$  のとき  $\left\{ \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix} \right\},$

$t = -4$  のとき  $\left\{ \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$

(注: 答の一例)

## 問題20 マネジメント1 出題意図

- I (1) 線形計画問題を正しく解けるか。  
双対問題を示し、その解を求められるか。  
(2) M/M/2 待ち行列の解析を正しく理解できているか。
- II (1) ジョブショップのスケジューリング問題について、数理モデルを構築できるかを評価する問題である。とくに、納期関連の評価方法の知識があり的確に解答できる数理モデルを構築できる能力を評価する。  
(2) 経済的発注量を正しく導出できるかを評価する。

問題20 マネジメント1 解答例

I (1) (a)

| $z$ | $x_1$ | $x_2$ | $x_3$ | $x_4$ |      |
|-----|-------|-------|-------|-------|------|
| 1   | -2    | -3    | 0     | 0     | 0    |
|     | 2     | 2     | 1     | 0     | 10   |
|     | -1    | 3     | 0     | 1     | 12   |
| 1   | -3    | 0     | 0     | 1     | 12   |
|     | 8/3   | 0     | 1     | -2/3  | 2    |
|     | -1/3  | 1     | 0     | 1/3   | 4    |
| 1   | 0     | 0     | 9/8   | 1/4   | 57/4 |
|     | 1     | 0     | 3/8   | -1/4  | 3/4  |
|     | 0     | 1     | 1/8   | 1/4   | 17/4 |

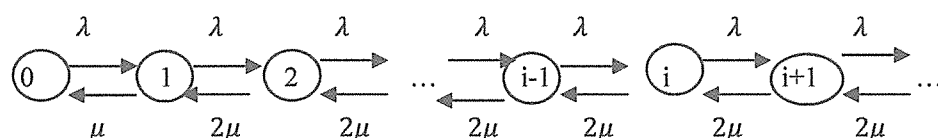
$x_1 = 3/4, x_2 = 17/4, x_3 = x_4 = 0$  のとき  $z = 57/4$  で最大

(b) Minimize  $v = 10\pi_1 + 12\pi_2$

subject to  $2\pi_1 - \pi_2 \geq 2, 2\pi_1 + 3\pi_2 \geq 3, \pi_1 \geq 0, \pi_2 \geq 0,$

$$B = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} \text{ とすると, 双対問題の最適解は } (\pi_1, \pi_2) = c_B B^{-1} = (2, 3) \begin{pmatrix} \frac{3}{8} & -\frac{1}{4} \\ \frac{1}{8} & \frac{1}{4} \end{pmatrix} = \left(\frac{9}{8}, \frac{1}{4}\right)$$

(2) (a)



$$\lambda p_0 = \mu p_1, (\lambda + \mu)p_1 = \lambda p_0 + 2\mu p_2, (\lambda + 2\mu)p_i = \lambda p_{i-1} + 2\mu p_{i+1} \quad (i \geq 2),$$

あるいは隣接状態間の推移に関する平衡方程式  $\lambda p_0 = \mu p_1, \lambda p_i = 2\mu p_{i+1} \quad (i \geq 1).$

(b) サービス中の客のどちらかがサービス完了するまでの時間はパラメータ  $2\mu$  の指数分布にしたがう。残った客の残りサービス時間は指数分布の無記憶性からおなじ指数分布に従う。3人の客がサービスを終了すると客Aはサービスを受け始めるので、 $W_A$ はパラメータ  $(3, 2\mu)$  のアーラン分布に従う。すなわち

$$P(W_A \leq x) = 1 - \sum_{k=0}^{2} \frac{(2\mu x)^k}{k!} e^{-2\mu x} \quad (x \geq 0)$$

(c) 時間  $t$  の間に到着する客の数はパラメータ  $\lambda t$  のポアソン分布に従う。

したがって、全確率の式より

$$\begin{aligned} P(N_A = n) &= \int_0^\infty P(N_A = n | W_A = x) dP(W_A \leq x) = \int_0^\infty \frac{(\lambda x)^n}{n!} e^{-\lambda x} \frac{(2\mu)^3 x^2}{2!} e^{-2\mu x} dx \\ &= \frac{(n+2)!}{n! 2!} \left( \frac{\lambda}{\lambda + 2\mu} \right)^n \left( \frac{2\mu}{\lambda + 2\mu} \right)^3 \quad (n = 0, 1, 2, \dots) \end{aligned}$$

## II

(1)

$O_{j,k}$  : ジョブ  $j$  の  $k$  番目の通過機械番号 ( $j \geq 0, k \geq 0$ )

$p_{j,a}$  : ジョブ  $j$  の機械  $a$  での作業時間 ( $j \geq 0, a \geq 0$ )

$D_j$  : ジョブ  $j$  の納期 ( $j \geq 0$ )

$M$  : 大きな正の値

変数

$x_{j,a}$  : ジョブ  $j$  の機械  $a$  での作業開始時刻 ( $x_{j,a} \geq 0$ )

$c_{j,a}$  : ジョブ  $j$  の機械  $a$  での作業終了時刻 ( $c_{j,a} \geq 0$ )

$d_j$  : ジョブ  $j$  の納期遅れ ( $d_j \geq 0$ )

$z$  : 総納期遅れ ( $z \geq 0$ )

$\xi_{j1,j2,a}$  : 機械  $a$  でジョブ  $j1$  の後にジョブ  $j2$  が加工する場合は 1, その他は 0 となる 0-1 変数 ( $\xi_{j1,j2,a} = \{0,1\}$ )

$\eta_j$  : ジョブ  $j$  の納期ずれが正の時 ( $c_{j,A-1} - D_j \geq 0$ ) は 1, その他の時は 0 を取る 0-1 変数

目的関数

$$\text{Min } z = \sum_{j=0}^{J-1} d_j$$

制約条件

ジョブシヨップ・スケジューリング問題におけるジョブ割り付けの条件式

$$x_{j,O_{j,k}} \geq x_{j,O_{j,k-1}} + p_{j,O_{j,k-1}} \quad (\forall j, k, k \geq 1)$$

$$x_{j1,a} \geq x_{j2,a} + p_{j2,a} - M \xi_{j1,j2,a} \quad (\forall j1, j2, a : j1 \neq j2)$$

$$x_{j2,a} \geq x_{j1,a} + p_{j1,a} - M(1 - \xi_{j1,j2,a}) \quad (\forall j1, j2, a : j1 \neq j2)$$

$$c_{j,a} = x_{j,a} + p_{j,a} \quad (\forall j, a)$$

納期遅れ  $d_j$  を導出する制約条件式

$$M(\eta_j - 1) \leq c_{j,O_{j,A-1}} - D_j \quad (\forall j)$$

$$c_{j,O_{j,A-1}} - D_j \leq M \cdot \eta_j \quad (\forall j)$$

$$d_j \leq M \cdot \eta_j \quad (\forall j)$$

$$M(\eta_j - 1) + c_{j,O_{j,A-1}} - D_j \leq d_j \quad (\forall j)$$

$$d_j \leq -M(\eta_j - 1) + c_{j,O_{j,A-1}} - D_j \quad (\forall j)$$

(2)

(a) 在庫 0 から  $Q$  だけ発注して納入されたあと、再び在庫が 0 になるのは  $Q/D$  期間経過したときである。連続的に一定の需要が発生することから、 $Q/D$  期間の平均在庫量は  $Q/2$  である。また、発注 1 回あたりの費用は  $C_o + C Q$  である。従って、単位時間あたりの費用  $C(Q)$  は

$$C(Q) = C_I Q/2 + (C_o + C Q)/(Q/D) = C_I Q/2 + C_o D/Q + C D \text{ となる}$$

(b)  $C(Q)$  を  $Q$  で微分すると

$$\frac{d}{dQ} C(Q) = C_I/2 - \frac{C_o D}{Q^2} \text{ となり、} C(Q) \text{ は下に凸の関数であることから } \frac{d}{dQ} C(Q) = 0 \text{ となる } Q \text{ を求め}$$

ると  $EOQ = \sqrt{\frac{2C_o D}{C_I}}$  となる。

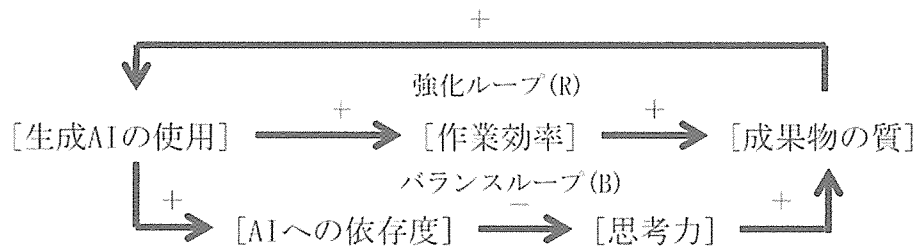
## 問題 2 1 マネジメント 2 出題意図

- I (1) 因果ループ図の理解度および因果関係を正しく理解できているか確認する  
(2) 介入の論理性を確認することによりシステム思考の修得度を把握する
- II (1) 組織行動における重要なテーマの 1 つである心理的ストレスについて、基本となる知識を問う。  
(2) 組織行動の基礎的な知識として、心理的ストレスの位置づけを問う。

## 問題 2 1 マネジメント 2 解答例

I

- (1) モデルの拡張と分析



### 【意図せざる結果】

AI への依存度が高まることで、自力で問題を解決する思考力が減退し、長期的には AI による効率化のメリットを打ち消して成果物の質を低下させる。

- (2) システム介入の提案

### 【介入策】

AI の回答を人間が批判的に検証し、修正する「レビュー工程」を必須化する。

### 【効果】

AI 利用を「思考の代替」ではなく「思考のトレーニング（検証作業）」に変換することで、依存による思考力低下を阻止し、持続的に成果物の質を向上させることができる。

## II

- (1) 心理的ストレスモデルに基づくと、心理的ストレスとは、個人と環境（出来事、他者、集団など）の相互関係によって生じる個人内過程を中心とした全体を指すものである。個人と環境の遭遇を端緒として、個人による認知的評価（一次的、二次的）と対処のはたらきに基づいて、身体的、精神的、行動的な結果を生む可能性をもつ。直接的、短期的には認知、感情、行動、社会的関係などの面に結果が現れる。こうした過程はさまざまな環境要因と個人内要因によって影響を受ける。
- (2) 組織における個人および集団の行動や相互作用、もしくはそれを科学的に解明する学問としての組織行動において、個人は環境（出来事、他者、集団など）と相互に関係をもつものであり、そうした相互関係の中で、個人内を中心に生じる心理的過程の1つが心理的ストレスである。心理的ストレスは組織行動における重大な課題であり、組織行動の実際と理解、そのマネジメントにおける位置づけは重要である。