

2020 年度(令和 2 年度)

後 期 日 程

数 学 (120 分)

注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開いてはいけません。
2. 問題は、1 ページから 4 ページまであります。解答用紙は、後 1、後 2、後 3、後 4 の 4 枚からなっています。ページの脱落等に気付いたときは、手をあげて監督者に知らせなさい。
3. 解答はすべて、各問題の解答用紙の解答欄に記入しなさい。
なお、解答用紙の裏にも解答を記入する場合には、表と上下を逆にして記入しなさい。
4. 監督者の指示に従って、すべての解答用紙の該当欄に志望学科名(社会工学科を志望するものは志望分野名，創造工学教育課程を志望するものは志望コース名)及び受験番号(2か所)を記入しなさい。
5. 解答用紙の網掛け部分及び※を付した欄には、何も記入してはいけません。
6. 問題冊子の白紙と余白は下書きに適宜利用してもよいが、どのページも切り離してはいけません。
7. 試験終了後、この問題冊子は持ち帰りなさい。

1

(1) $\int_0^1 \frac{dx}{x^2+1}$ の値を求めよ。

(2) $\int_0^1 \frac{2x^3 - x^2 + 5}{x^2 + 1} dx$ の値を求めよ。

(3) 数列 $\{I_n\}$ を

$$I_n = \int_0^1 x^n e^x dx \quad (n = 0, 1, 2, \dots)$$

により定める。 $n \geq 1$ について I_n を I_{n-1} で表す漸化式を作れ。

(4) 関数 $f(x)$ が

$$f(x) = \frac{1}{x^2+1} + e^x + \int_0^1 f(t) (2t^3 - t^2 + 5) dt$$

を満たしている。 $f(x)$ を求めよ。

2 関数 $f(x) = |x^3 - x^2 - x + 1| - |3x - 3|$ について、次の問いに答えよ。

(1) $f(x) = 0$ となる x の値を求めよ。

(2) $f(x)$ の極値を求めよ。

(3) 関数 $y = f(x)$ の値域を求めよ。

3

座標空間内に、 $O(0, 0, 0)$ と $A(2, 0, 0)$ を頂点にもつひし形 $OABC$ がある。

ただし、 B の y 座標は正で、 z 座標は 0 である。 $\angle AOC = \theta$ とし、辺 OC の中点を M とする。次の条件を満たす点 D を考える。

$$\angle AOD = \frac{2}{3}\pi, \quad OD = 2$$

- (1) 線分 AD の長さを求めよ。
- (2) 3点 A, M, D が同一直線上にあるとき、 θ と $\overrightarrow{CD} \cdot \overrightarrow{CA}$ を求めよ。
- (3) B の座標を θ で表せ。
- (4) $BD = 4$ となる D をとることができる θ の範囲を求めよ。
- (5) $BD = 4$ の条件の下で、 DM の最大値と最小値を求めよ。

4

0 以上の整数 n に対して複素数 z_n , S_n を次で定める。

$$z_n = \cos \frac{\pi}{2^n} + i \sin \frac{\pi}{2^n}$$

$$S_n = \sum_{k=0}^{2^n-1} z_n^k$$

ただし, $z_n^0 = 1$ とする。

また, 複素数 w_n を

$$\begin{cases} w_0 = 1 \\ w_n = \frac{1+z_n}{2} w_{n-1} \quad (n = 1, 2, 3, \dots) \end{cases}$$

により定める。

- (1) w_2 を計算せよ。
- (2) $n \geq 1$ のとき, z_{n-1} を z_n で表せ。
- (3) $n \geq 1$ のとき, $\frac{S_n}{S_{n-1}}$ を z_n で表せ。
- (4) w_n の実部 a_n を求めよ。
- (5) w_n の虚部を b_n とする。 $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n$ を求めよ。