

[問題：数学]

- 問題1 (1) 曲線 $y = (x-1)(x-2)(x-3)$ と x 軸で囲まれる図形の面積を求めよ。
- (2) $0 \leq x \leq 2\pi$ をみたす実数 x と自然数 n に対して、

$$S_n = \sum_{k=1}^n (\cos x - \sin x)^k$$

と定める。数列 $\{S_n\}$ が収束する x の範囲を求め、 x がその範囲にあるときに極限值 $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ を求めよ。

- 問題2 三角形 OAB の3辺の長さは

$$OA = \sqrt{10}, \quad OB = \sqrt{2}, \quad AB = 2$$

である。辺 OA の中点を M とし、辺 OB を $5:3$ に内分する点を N とする。

直線 MN と直線 AB との交点を C とする。 $\vec{a} = \vec{OA}$, $\vec{b} = \vec{OB}$ とおく。

- (1) 内積 $\vec{a} \cdot \vec{b}$ を求めよ。
- (2) \vec{OC} を \vec{a} と \vec{b} を用いて表せ。
- (3) \vec{OA} と \vec{OC} のなす角 θ ($0 \leq \theta \leq \pi$) を求めよ。