

— 数 学 —

問題1 関数 $f(x) = (x^3 + 1)e^{-x}$ について次の問いに答えよ。

- (1) $f(x)$ を n 回微分して得られる第 n 次導関数 $f^{(n)}(x)$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) を求めよ。
 (2) 極限值

$$A = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - a_0 - a_1x - a_2x^2}{x^3}$$

が存在するような定数 a_0, a_1, a_2 と、そのときの極限值 A を求めよ。

問題2

- (1) 関数 $f(x, y) = -\log(x^2 + y^2 + 1) + \frac{2}{3}(x + y)$ の極値を求めよ。
 (2) 領域 $D = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 \leq 3, x + y \geq 0\}$ において、重積分

$$\iint_D \frac{x + y}{x^2 + y^2 + 1} dx dy$$

の値を求めよ。

問題3 行列

$$A = \begin{pmatrix} 8 & 10 & 5 & 6 \\ 4 & 5 & 2 & 3 \\ -2 & 0 & 0 & 1 \\ 7 & 10 & 5 & 4 \end{pmatrix}$$

について次の問いに答えよ。

- (1) A の行列式を求めよ。
 (2) A の逆行列 A^{-1} の行列式を求めよ。

問題4 k は定数とする。行列

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & -2k \\ -1 & 1 & 2k \\ 1 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

について次の問いに答えよ。

- (1) A の固有値と固有ベクトルをすべて求めよ。
 (2) A が対角化可能であるような k の値をすべて求めよ。