

出題の意図と採点のポイント

1	<ul style="list-style-type: none"> 指数関数と対数関数の性質を理解しているか. 関数の増減を確かな根拠に基づいて調べられるか. 関数の極値と極限を正しく求められるか. 関数の増減と極限から、グラフの形を正しく把握できるか.
2	<ul style="list-style-type: none"> 三角関数の微分法や増減を理解しているか. 三角関数の方程式や不等式を解くことができるか. 三角関数の定積分を計算できるか.
3	<ul style="list-style-type: none"> 場合の数と組み合わせの数を把握できるか. 条件付き確率を理解し、正しく導出できるか.
4	<ul style="list-style-type: none"> ベクトルのなす角を余弦定理や内積から求められるか. 直交性または長さの比から、ベクトルの関係性を記述できるか. 空間図形の位置関係を正しく把握できるか. 回転体の体積を計算できるか.

答

1 (1) 省略

(2) 増減は右の表のとおり.

$x = 1$ で極大値 $e - 1$,

$x = e$ で極小値 0 をとる.

x	0	...	1	...	e	...
$f'(x)$		+	0	-	0	+
$f(x)$		↗	$e - 1$	↘	0	↗

(3) $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty$

(4) $k > e - 1$ のとき 1 個, $k = e - 1$ のとき 2 個, $1 < k < e - 1$ のとき 3 個,
 $0 < k \leq 1$ のとき 2 個, $k = 0$ のとき 1 個, $k < 0$ のとき 0 個.

2 (1) $x = 0$ で最大値 $\sqrt{2} + 4 - \sqrt{3}$, $x = \pm \frac{\pi}{2}$ で最小値 0 をとる.

(2) $M^2 = \frac{9}{4} + 6\sqrt{6}$ (3) $-\frac{\pi}{12} \leq x \leq \frac{5\pi}{12}$ (4) $S = \frac{\sqrt{3}}{4}\pi - \frac{\sqrt{3}}{2}$

3 (1) $\frac{45}{1024}$ (2) $\frac{n(n-1)}{2^{n+2}}$ (3) $\frac{n-2}{n}$

(4) n が偶数のとき 0 , n が奇数のとき $\frac{n!}{\left\{ \left(\frac{n-1}{2} \right)! \right\}^2 2^{2n-1}}$

4 (1) $\angle EBM = \frac{\pi}{4}$ (2) $\vec{AP} = \left(1 - \frac{t}{20}\right)\vec{AB} + \frac{t}{10}\vec{AD} + \frac{t}{10}\vec{AE}$

(3) $PQ = \sqrt{\frac{5}{4}t^2 - 10t + 100}$ (4) $0 \leq t \leq 8$ (5) $V = \frac{2080}{3}\pi$