

2021 年度(令和 3 年度)

後 期 日 程

数 学 (120 分)

注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開いてはいけません。
2. 問題は、1 ページから 4 ページまであります。解答用紙は、後 1，後 2，後 3，後 4 の 4 枚からなっています。ページの脱落等に気付いたときは、手をあげて監督者に知らせなさい。
3. 解答はすべて、各問題の解答用紙の解答欄に記入しなさい。
なお、解答用紙の裏にも解答を記入する場合には、表と上下を逆にして記入しなさい。
4. 監督者の指示に従って、すべての解答用紙の該当欄に志望学科名(社会工学科を志望するものは志望分野名，創造工学教育課程を志望するものは志望コース名)及び受験番号(2か所)を記入しなさい。
5. 解答用紙の網掛け部分及び※を付した欄には、何も記入してはいけません。
6. 問題冊子の白紙と余白は下書きに適宜利用してもよいが、どのページも切り離してはいけません。
7. 試験終了後、この問題冊子は持ち帰りなさい。

1

$x > 0$ において、関数 $f(x)$, $g(x)$, $h(x)$ を

$$f(x) = e^x - x^e, \quad g(x) = e^{x-1}, \quad h(x) = x^{e-1}$$

で定める。すべての自然数 n に対して $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^n}{e^x} = 0$ であること、および $2 < e < 3$ であることを用いてよい。

- (1) $1 < x < e$ のとき、 $\log g(x) < \log h(x)$ であることを示せ。
- (2) $f(x)$ の増減を調べて極値を求めよ。
- (3) 極限 $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$ を求めよ。
- (4) k を定数とする。方程式 $f(x) = k$ の異なる実数解の個数を求めよ。

2

$-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ において、関数 $f(x)$, $g(x)$ を

$$f(x) = (\sqrt{2} + 4) \cos x - \sqrt{3} \cos^2 x$$

$$g(x) = 4 \cos x + \sin x \cos x$$

で定める。

- (1) $f(x)$ の最大値と最小値を求めよ。
- (2) $g(x)$ の最大値を M とする。 M^2 の値を求めよ。
- (3) $0 < f(x) \leq g(x)$ となる x の範囲を求めよ。
- (4) 2つの曲線 $y = f(x)$, $y = g(x)$ で囲まれる図形のうち、 x が (3) で求めた範囲にある部分の面積 S を求めよ。

3

コインを同時に 2 枚投げ、表が出たコインの枚数を得点とする。この操作を n 回行い、合計点を考える。 $n \geq 2$ とする。

- (1) $n = 5$ のとき、合計点が 8 点となる確率を求めよ。
- (2) n 回のうち 1 回だけ 2 点を取って合計点が n 点となる確率を求めよ。
- (3) n 回のうち 1 回だけ 2 点を取って合計点が n 点であったとき、2 回目の得点が 1 点である確率を求めよ。
- (4) n 回のうち 1 回だけ 1 点を取って合計点が n 点となる確率を求めよ。

4

一辺の長さが 10 の立方体 ABCD-EFGH において、辺 GH の中点を M とする。線分 BM 上に点 P をとり、P から辺 AE に垂線 PQ を下ろす。AQ = t とおく。

- (1) $\angle EBM$ を求めよ。
- (2) \vec{AP} を \vec{AB} , \vec{AD} , \vec{AE} , t を用いて表せ。
- (3) PQ を t で表せ。
- (4) 立方体 ABCD-EFGH の面のうち、A, D, E, H を頂点とする正方形を S とする。線分 PQ を直線 AE のまわりに 1 回転させるとき、点 P が S を通過するような t の範囲を求めよ。
- (5) t を (4) で求めた範囲で変化させたとき、線分 PQ が動いてできる図形を K とする。 K を直線 AE のまわりに 1 回転してできる立体の体積 V を求めよ。