

2021 年度(令和 3 年度)

前 期 日 程

数 学 (120 分)

注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開いてはいけません。
2. 問題は、1 ページから 4 ページまであります。解答用紙は、

、

、

、

 の 4 枚からなっています。ページの脱落等に気付いたときは、手をあげて監督者に知らせなさい。
3. 解答はすべて、各問題の解答用紙の解答欄に記入しなさい。
なお、解答用紙の裏にも解答を記入する場合には、表と上下を逆にして記入しなさい。
4. 監督者の指示に従って、すべての解答用紙の該当欄に志望学科名(社会工学科を志望するものは志望分野名，創造工学教育課程を志望するものは志望コース名)及び受験番号(2 か所)を左詰めで記入しなさい。
5. 解答用紙の網掛け部分及び※を付した欄には、何も記入してはいけません。
6. 問題冊子の白紙と余白は下書きに適宜利用してもよいが、どのページも切り離してはいけません。
7. 試験終了後、この問題冊子は持ち帰りなさい。

1

関数 $f(x) = (x - 1)\sqrt{|x - 2|}$ により曲線 $C: y = f(x)$ を定める。

- (1) 関数 $f(x)$ の増減を調べて極値を求めよ。
- (2) 曲線 C と x 軸で囲まれる図形の面積 S を求めよ。
- (3) 原点を通る直線 l が C 上の点 $(t, f(t))$ において C に接している。
このような t のうち、 $1 < t < 2$ をみたすものをすべて求めよ。

2座標平面上の曲線 C を次で定める。

$$C: \begin{cases} x = 2\sqrt{2}t^2 \\ y = (t-1)^2 \end{cases} \quad (-1 \leq t \leq 1)$$

- (1) 曲線 C 上の点 P と原点 O との距離の最小値 d を求めよ。
- (2) 曲線 C と x 軸および y 軸で囲まれる図形の面積 S を求めよ。
- (3) 曲線 C と直線 $x = 2\sqrt{2}$ で囲まれる図形を直線 $y = 1$ のまわりに 1 回転してできる立体の体積 V を求めよ。

3自然数 n に対して、 x の 1 次式 P_n を次で定める。

$$P_1 = x, \quad P_{n+1} = (n+3)P_n + (n+1)! \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

 P_n の x について 1 次の項の係数を a_n とし、 P_n の定数項を b_n とする。(1) P_4 を求めよ。(2) 数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。(3) $\frac{b_{n+1}}{a_{n+1}} - \frac{b_n}{a_n}$ を n で表せ。(4) 数列 $\left\{\frac{b_n}{a_n}\right\}$ の一般項を求めよ。(5) 数列 $\{b_n\}$ の一般項を求めて、 $S_n = \sum_{k=1}^n \frac{b_k}{3^k}$ を求めよ。

4

座標平面において、直線 $y = (2 + \sqrt{3})x$ に関して点 $A(2\sqrt{2}, 0)$ と対称な点を B とする。 $r > 0$, $0 \leq \theta \leq \pi$ をみたす r と θ に対して、点 $P(r \cos \theta, r \sin \theta)$ をとる。原点 O を中心とする半径 6 の円と半直線 OP との交点を Q とする。

- (1) $\angle AOB$ を求めよ。
- (2) BP^2 を r と θ で表せ。
- (3) 線分 BQ の垂直二等分線が P を通るとき、 r を θ で表せ。
- (4) 線分 BQ の垂直二等分線が P を通り $r = \frac{7}{2}$ であるとき、 θ を求めよ。