

問題 1

- (1) 関数 $f(x) = \sin(\text{Cos}^{-1}x)$ の増減を調べ、極値を求めよ。ただし $y = \text{Cos}^{-1}x$ の値域は $0 \leq y \leq \pi$ である。
- (2) 不定積分 $\int \frac{2}{(x-1)(x^2+1)} dx$ を求めよ。

問題 2

- (1) 関数 $f(x, y) = x^3 + y^3 - x^2 - y^2 + 2xy$ の極値を調べよ。
- (2) xy 平面上で、 $y = \frac{1}{x}$ のグラフと y 軸、直線 $y = 1$ 、直線 $y = 2$ で囲まれる領域を D とする。このとき、次の重積分を計算せよ。

$$\iint_D (\log y)^2 dx dy$$

問題 3

行列

$$A = \begin{pmatrix} 1+a & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1+a & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1+a & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1+a \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 3 & 4 \end{pmatrix}$$

について、以下の問いに答えよ。ただし a は定数とする。

- (1) 行列 A が逆行列を持たないような a の値をすべて求めよ。
- (2) 行列式 $|AB|$ を計算せよ。

問題 4

行列 $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -3 \\ 0 & 2 & 0 \\ -1 & 0 & 3 \end{pmatrix}$ を対角化せよ。