

2022 年度(令和 4 年度)

前 期 日 程

数 学 (120 分)

注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開いてはいけません。
2. 問題は、1 ページから 4 ページまであります。解答用紙は、



，



，



，



 の 4 枚からなっています。ページの脱落等に気付いたときは、手をあげて監督者に知らせなさい。
3. 解答はすべて、各問題の解答用紙の解答欄に記入しなさい。  
なお、解答用紙の裏にも解答を記入する場合には、表と上下を逆にして記入しなさい。
4. 監督者の指示に従って、すべての解答用紙の該当欄に志望学科名(社会工学科を志望するものは志望分野名，創造工学教育課程を志望するものは志望コース名)及び受験番号(2 か所)を記入しなさい。
5. 解答用紙の網掛け部分及び※を付した欄には、何も記入してはいけません。
6. 問題冊子の白紙と余白は下書きに適宜利用してもよいが、どのページも切り離してはいけません。
7. 試験終了後、この問題冊子は持ち帰りなさい。

1

座標平面上の動点 P の時刻  $t$  における位置  $(x, y)$  が

$$x = \cos 2t, \quad y = \frac{1}{3} \cos 3t$$

で表されている。

- (1)  $X = \cos^2 t$  とおくとき,  $\sin^2 2t$  と  $\sin^2 3t$  を  $X$  を用いて表せ。
- (2) 時刻  $t = 0$  から  $t = \pi$  までの範囲で, 動点 P の速さ  $|\vec{v}|$  の最大値を求めよ。
- (3) 時刻  $t = 0$  から  $t = \pi$  までに動点 P が通過する道のり  $L$  を求めよ。

**2**

$f(x)$  は  $x^3$  の係数が 1 の 3 次関数,  $g(x)$  は  $x^2$  の係数が  $-1$  の 2 次関数である。曲線  $y = f(x)$  と  $y = g(x)$  の共有点は 2 点のみである。共有点の  $x$  座標を  $a, b$  ( $a < b$ ) とするとき

$$g(a) = g(a+2) = 0, \quad g(-1) = 1, \quad f\left(\frac{a+b}{2}\right) > g\left(\frac{a+b}{2}\right)$$

が成り立っている。また, 2 つの曲線で囲まれる図形の面積は  $\frac{64}{3}$  である。

- (1)  $a$  と  $g(x)$  を求めよ。
- (2)  $f(x) - g(x)$  を  $x$  と  $b$  を用いて表せ。
- (3)  $b$  と  $f(x)$  を求めよ。
- (4)  $\int_2^3 \frac{g(x)}{f(x)} dx$  を求めよ。

**3**

空間内に点  $O, A, B, C, D$  がある。四角形  $OABC$  は平行四辺形であり、  
三角形  $OAD$  は正三角形である。さらに

$$OA = 3, \quad OC = 2, \quad \angle AOC = 120^\circ, \quad \angle COD = 90^\circ$$

である。点  $O$  から平面  $ABD$  に垂線  $OP$  を下ろす。点  $Q$  は線分  $OP$  上にあり、  
直線  $AQ$  と線分  $CD$  が点  $R$  で交わる。 $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$ ,  $\overrightarrow{OC} = \vec{c}$ ,  $\overrightarrow{OD} = \vec{d}$  とおく。

- (1) 内積  $\vec{a} \cdot \vec{c}$  と  $\vec{a} \cdot \vec{d}$  を求めよ。
- (2)  $\angle BAD$  の大きさを求めよ。
- (3)  $\overrightarrow{OP}$  を  $\vec{a}$ ,  $\vec{c}$ ,  $\vec{d}$  を用いて表せ。
- (4)  $\overrightarrow{OQ}$  と  $\overrightarrow{OR}$  を  $\vec{a}$ ,  $\vec{c}$ ,  $\vec{d}$  を用いて表せ。

**4**

$z$  を複素数とする。自然数  $n$  に対し、複素数  $a_n$  と  $b_n$  を

$$a_1 = z(z-1), \quad a_{n+1} = (z-1)a_n \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

$$b_1 = z(z-1), \quad b_{n+1} = a_{n+1} - b_n \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

で定める。

(1)  $a_n$  を求めよ。

(2)  $b_n$  を求めよ。

(3)  $b_3 = 0$  が成り立つような  $z$  をすべて求めよ。

(4)  $b_k = 0$  を満たす  $z$  が実数のみであるような自然数  $k$  をすべて求めよ。