

問題1

(1) 関数 $\log x$ の $x = 1$ を中心とするテイラー展開（無限和による表示）を求めよ。収束に関しては調べなくてよい。

(2) 不定積分 $\int \frac{2x^2 - 2x + 1}{x^3 - 2x^2 + x} dx$ を求めよ。

問題2 領域 $D = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 \leq 1\}$ とする。

(1) 重積分 $\iint_D e^{x^2+y^2} dx dy$ の値を求めよ。

(2) 関数 $f(x, y) = x^2 - xy + y^2 - x$ の D における最大値と最小値を求めよ。

問題3 座標空間において3つの平面

$$x + 3z = a, \quad x + (a + 1)y - z = -1, \quad x + 6y - 9z = a - 6$$

の共通部分が直線 l であるとき、定数 a の値および直線 l の方程式を求めよ。

問題4 行列

$$P = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 4 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 3 \end{pmatrix}$$

について、以下の問いに答えよ。

(1) P の逆行列を求めよ。

(2) P の列ベクトルを左から順に p_1, p_2, p_3 とおいたとき、

$$Ap_1 = p_1, \quad Ap_2 = 2p_2, \quad Ap_3 = 2p_3$$

をみたす3次正方行列 A およびその固有値を求めよ。