

2023 年度(令和 5 年度)

後 期 日 程

数 学 (120 分)

注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開いてはいけません。
2. 問題は、1 ページから 4 ページまであります。解答用紙は、後 1，後 2，後 3，後 4 の 4 枚からなっています。ページの脱落等に気付いたときは、手をあげて監督者に知らせなさい。
3. 解答はすべて、各問題の解答用紙の解答欄に記入しなさい。
なお、解答用紙の裏にも解答を記入する場合には、表と上下を逆にして記入しなさい。
4. 監督者の指示に従って、すべての解答用紙の該当欄に志望学科名(社会工学科を志望するものは志望分野名，創造工学教育課程を志望するものは志望コース名)及び受験番号(2 か所)を記入しなさい。
5. 解答用紙の網掛け部分及び※を付した欄には、何も記入してはいけません。
6. 問題冊子の白紙と余白は下書きに適宜利用してもよいが、どのページも切り離してはいけません。
7. 試験終了後、この問題冊子は持ち帰りなさい。

1

2つの曲線

$$C_1 : y = 2x^2 \quad (x \geq 0)$$

$$C_2 : y = \frac{x\sqrt{x+3}}{2} \quad (x \geq 0)$$

を考える。曲線 C_1 と C_2 の共有点はただ1つである。 C_1 と C_2 および y 軸で囲まれた図形を D とおく。

- (1) 曲線 C_1 と C_2 の共有点を求めよ。
- (2) 図形 D の面積 S を求めよ。
- (3) $f(x) = x\sqrt{x^2+1} + \log(x + \sqrt{x^2+1})$ の導関数を求めよ。
- (4) 図形 D の周の長さ L を求めよ。

2 関数

$$f(x) = \frac{1}{1-x}, \quad g(x) = \frac{x}{x-1}$$

がある。 $a_0 = \frac{1}{3}$ とし、コインを n 回投げて、数列 a_1, a_2, \dots, a_n を

$$\begin{cases} k \text{ 回目に表が出たとき } a_k = f(a_{k-1}) \\ k \text{ 回目に裏が出たとき } a_k = g(a_{k-1}) \end{cases} \quad (k = 1, 2, \dots, n)$$

で定める。

- (1) $n = 2$ のとき、 $a_2 = -2$ である確率を求めよ。
- (2) $n = 3$ のとき、 $a_3 = -2$ である確率を求めよ。
- (3) コインを投げた回数 n が 3 以上のとき、 a_n の取り得る値をすべて求めよ。
- (4) n 回のうち表の出た回数が 1 であったとき、 $a_n = -2$ である条件つき確率を求めよ。

3

座標空間内に次の4点がある。

$$A(1, 1, 1), \quad B(-1, -1, 1), \quad C(-1, 1, -1), \quad D(1, -1, -1)$$

t を実数として $\overrightarrow{CE} = t\overrightarrow{CD}$ により点Eを定める。BEを1:2に内分する点をFとし、三角形ADFの重心をGとする。

- (1) 四面体ABCDの体積 V_1 を求めよ。
- (2) Gの座標を t を用いて表せ。
- (3) BGを最小にする t を求めよ。
- (4) (3)で求めた t に対し、三角形BDEの外接円の半径を求めよ。
- (5) (3)で求めた t に対し、四面体ABDEの体積 V_2 を求めよ。

4

原点を O とする座標平面において、実数 θ ($0 < \theta < \frac{\pi}{2}$) に対し、次の条件をみたす点 P をとる。

- 点 P は第 1 象限にある
- 直線 OP と x 軸のなす角は θ
- 線分 OP の中点 M を通り、直線 OP に垂直な直線を l とする。 l と x 軸との交点を Q とし、 l と y 軸との交点を R とするとき、 $QR = 1$

θ を $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ の範囲で動かしたときの点 P の軌跡を C とする。

- (1) 長さ OM を θ を用いて表せ。
- (2) 点 P の座標を θ を用いて表せ。
- (3) 点 P の x 座標の値の範囲を求めよ。
- (4) 点 $P(x, y)$ における C の接線の傾きが 1 であるとき、 $\frac{y}{x}$ の値を求めよ。