2024年度（令和6年度）大学院工学研究科（博士前期課程）
私費外国人留学生
専門試験問題
（物理工学系プログラム）

注　意　事　項

1. 試験開始の指示があるまで，この問題冊子を開いてはいけません。
2. 問題は，１ページから４ページまであります。解答用紙は，２枚あります。ページの脱落等に気付いたときは，手をあげて監督者に知らせてください。
3. 下記表の問題番号５から６の問題を全て解答してください。**1題につき解答用紙1枚を使用して**解答してください。解答用紙の追加配付はありません。

問題番号	出題科目
5	材料科学 Materials science
6	電磁気学 Electromagnetics

4. 監督者の指示に従って，問題番号，志望プログラム及び受験番号を２枚の解答用紙の該当欄に必ず記入してください。
5. 計算用紙は，問題冊子の白紙ページを利用してください。
6. 解答用紙の裏にも解答を記入する場合には，表と上下を逆にして記入してください。
7. 机の上には，受験票，黒の鉛筆・シャープペンシル，消しゴム，鉛筆削り及び時計（計時機能だけのもの）以外の物を置くことはできません。
8. コンパス及び定規等は，使用できません。
9. 時計のアラーム（計時機能以外の機能を含む。）は，使用しないでください。
10. スマートフォン，携帯電話，ウェアラブル端末等の音の出る機器を全て机の上に出し，それらの機器のアラームを解除してから，電源を切り，かばん等に入れてください。
11. 試験終了まで退室できません。試験時間中に用がある場合は，手をあげてください。
12. 試験終了後，この問題冊子は持ち帰ってください。

問題５　材料科学　設問すべてについて解答すること。

Ⅰ　純金属の典型的な結晶構造，面心立方構造(fcc)，体心立方構造(bcc)に関して，次の（１）～（３）の問いについて答えよ。なお，原子を半径rの剛体球とし，温度や相変態によって変化しないものとする。また，円周率はπとせよ。

（１）bccの原子の充填率を答えよ。
（２）fccにおいて八面体空隙に入りうる最大原子半径をrを使って示せ。
（３）Feのように昇温に伴ってbccからfccに相変態する場合，相変態前後の密度の比を求めよ。

Ⅱ　A，B，Cの3成分からなる完全気体の閉鎖系に於いて，以下のような平衡反応が存在するとする。

$$2A = B + C$$

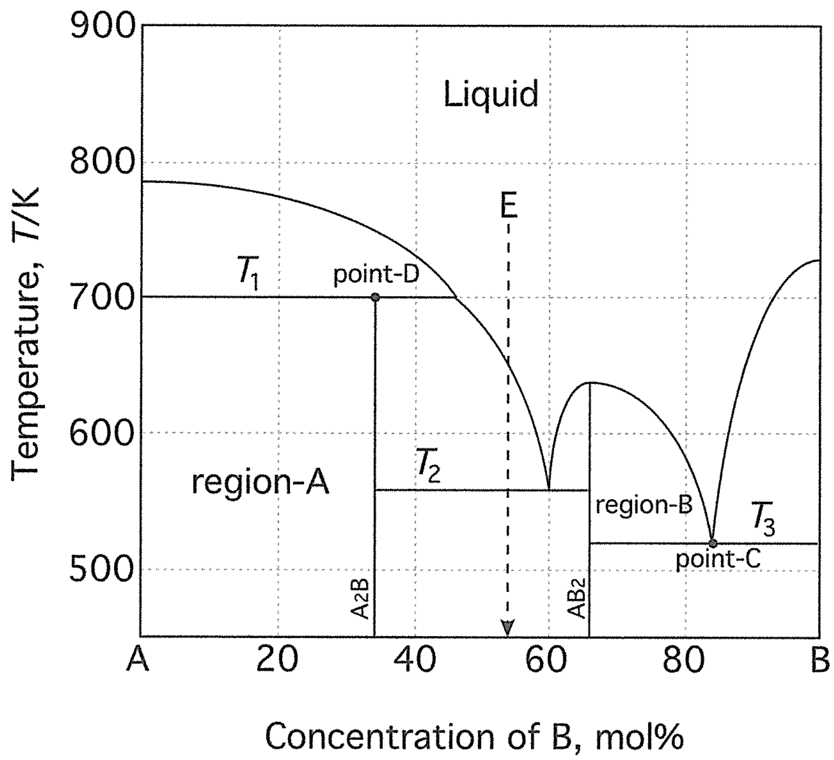
次の（１）～（３）の問いについて答えよ。

（１）A，B，Cの分圧をそれぞれp_A，p_B，p_Cとした時の平衡定数Kを示せ。
（２）はじめに系内にAのみが存在したとする。以下に示すように平衡後のAの解離度をαとした時に，Kに対するαの関係を求めよ。

解離度α＝(分解したAの物質量)／(初めに存在したAの物質量)
※例　分解していない時　α=0
全て分解した時　α=1

（３）上記の反応の平衡定数Kが1.44×10^{-6}であった時，問(2)の条件において解離率αを有効数字３桁で求めよ。

Ⅲ　下記のA-B二元系金属の状態図について，次の（１）～（４）の問いについて答えよ。なお，A_2B および AB_2 の物質は化学量論比組成の金属間化合物である。



（１）region-Aおよびregion-Bの各領域に存在する相を図中の名称で答えよ。
（２）point-Cおよびpoint-Dの名称を答えよ。
（３）Eの組成(54 mol%)の液体をゆっくりと凝固させた。冷却線図を示せ。
（４）問(３)の予想される組織を描き，含まれる相のモル比を有効数字3桁で求めよ。

問題６　電磁気学　設問すべてについて解答すること。

Ⅰ　次の（１）～（５）の問いについて答えよ。

図１の断面図に示すように，真空中における平らな金属板と一酸化炭素分子の間に働く静電相互作用について検討したい。導体表面近傍の電気双極子をモデルとして考えることにする。

この相互作用は，図２のように，導体表面に垂直な断面に xy 座標をとって鏡像法を用いれば，鏡像電荷の組と電気双極子の相互作用に置き換えられる。電荷 $-q$, $+q$ をもつ点電荷 Q_1, Q_2 が，互いに d だけ離れて位置し（q, d は正の定数），大きさ $\mu = qd$ の双極子モーメントをもっている。これらに対し，反対符号の電荷 $+q$, $-q$ をもつ鏡像電荷 Q_3, Q_4 を表面に対して対称な位置におく。表面の位置は $y = a$ $(a > 0)$ である。電荷 Q_1, Q_2, Q_3, Q_4 は全て xy 平面上にあり，その座標はそれぞれ $(0, 2a)$, $(0, 2a + d)$, $(0, 0)$, $(0, -d)$ である。真空の誘電率を ε_0，無限遠の静電ポテンシャルを 0 として，以下の問いに答えよ。

（１）鏡像電荷 Q_3 が xy 平面上の任意の点 $R(x, y)$ につくる電場の大きさ E を求めよ。

（２）鏡像電荷 Q_3 と Q_4 が点 $R(x, y)$ につくる静電ポテンシャル ϕ を求めよ。

（３）鏡像電荷 Q_3 と Q_4 がつくる静電ポテンシャルにより，点電荷 Q_1 がもつ静電エネルギー U_1 を求めよ。

（４）$d/a \ll 1$ のとき，鏡像電荷 Q_3 と Q_4 がつくる静電ポテンシャルにより，点電荷 Q_1, Q_2 がもつ静電エネルギーの和 U を，d/a に対する<u>２次の近似</u>で求め，μ, a, ε_0 を用いて表せ（q, d を含まない形にして答えよ）。<u>２次の近似式</u> $(1 + t)^{-1} \approx 1 - t + t^2$ $(|t| \ll 1)$ を利用してよい。

（５）（４）で求めた静電エネルギー U は a に依存する。つまり，図１に戻れば，分子がもつ静電エネルギーは金属板との距離に依存する。これを考慮して，分子は金属板に<u>引き寄せられる</u>のか<u>遠ざけられる</u>のか，簡潔な理由と共に答えよ。

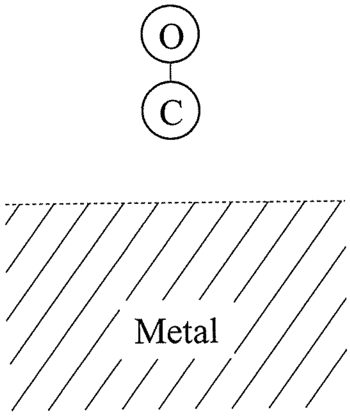


図１

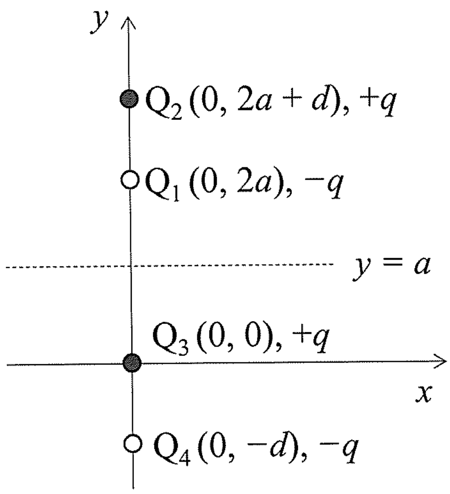


図２

II　次の（1）～（7）の問いについて答えよ。

四角形型の微小ループ回路は，電磁波（電波）を検出するアンテナとしての機能を持つ。以下では，磁場の変化により回路に生じる誘導起電力を考える。

図３のように，xy 平面上に，１辺の長さ h の正方形型のループ回路 ABCD を設置する。ここで，位置 x, 時刻 t における磁束密度が $\boldsymbol{B} = \boldsymbol{B}_0\cos(kx - \omega t)$ と表される電磁波（平面波）を考える。ただし，$\boldsymbol{B}_0 = (0, 0, B_0)$ で，k, ω, B_0 は正の定数とする（$kh < 2\pi$)。回路を含む x 軸上の各点における磁束密度は，$t = 0$ では図４のように表される。回路の導線の太さは無視できるものとする。以下の問いに答えよ。

（1）この電磁波の波長を求めよ。

（2）時刻 $t = 0$ において，任意の点 P(x, y, z)における磁束密度の x, y, z 成分 B_x, B_y, B_z を求めよ。

（3）時刻 $t = 0$ において，この回路を貫く磁束を求めよ。

（4）時刻 t でループ回路に発生する誘導起電力を求めよ。反時計回りを正とする。

次に，図５のように，ループ回路を辺 AD を軸として角度 θ ($0 < \theta < \pi/2$) だけ傾けた場合を考える。

（5）辺 AB 上の任意の点 E に対して，AE の長さを ℓ とする。時刻 t において，点 E における磁束密度の回路面に垂直な成分の大きさを，$B_0, k, \omega, \ell, t, \theta$ を用いて表せ。

（6）時刻 t でループ回路に発生する誘導起電力を求めよ。反時計回りを正とする。

（7）$kh \ll 1$ のとき，ループ回路に発生する誘導起電力の最大値を求めよ。
$\cos(kh\cos\theta) \approx 1, \sin(kh\cos\theta) \approx kh\cos\theta$ を利用してよい。

一般に，微小ループアンテナでは回路面が電磁波の伝播方向と平行になる時に感度が最大となる。

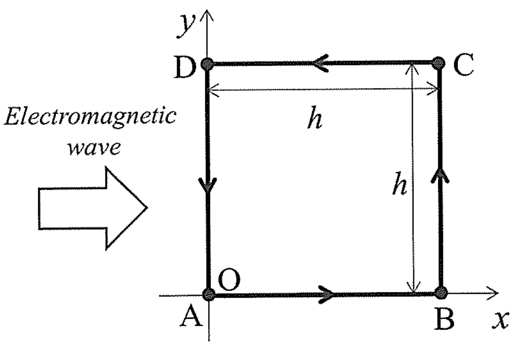


図 3

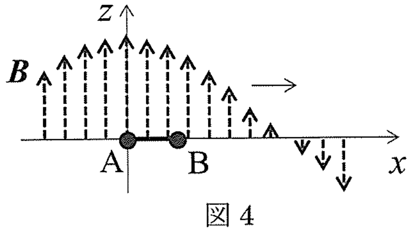


図 4

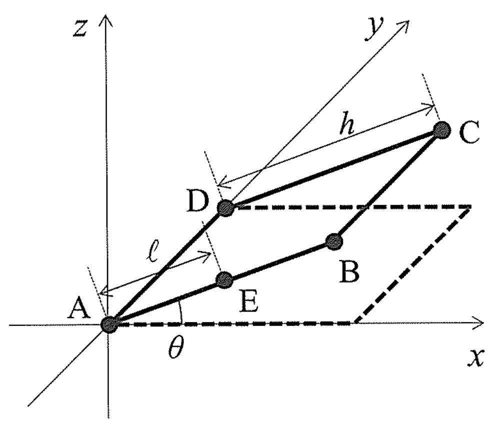


図 5