

2024 年度（令和 6 年度）大学院工学研究科（博士前期課程）

私費外国人留学生

専門試験問題

（社会工学系プログラム 環境都市）

注 意 事 項

1. 試験開始の指示があるまで、この問題冊子を開いてはいけません。
2. 問題は、1 ページから 6 ページまであります。解答用紙は、2 枚あります。ページの脱落等に気付いたときは、手をあげて監督者に知らせてください。
3. 下記表の問題番号 22 から 23 の問題を全て解答してください。1 題につき解答用紙 1 枚を使用して解答してください。 解答用紙の追加配付はありません。

問題番号	出題科目
22	微分積分・線形代数 Calculus and linear algebra
23	土木工学基礎 Basics of civil engineering

4. 監督者の指示に従って、問題番号、志望プログラム及び受験番号を 2 枚の解答用紙の該当欄に必ず記入してください。
5. 計算用紙は、問題冊子の白紙ページを利用してください。
6. 解答用紙の裏にも解答を記入する場合には、表と上下を逆にして記入してください。
7. 机の上には、受験票、黒の鉛筆・シャープペンシル、消しゴム、鉛筆削り及び時計（計時機能だけのもの）以外の物を置くことはできません。
8. コンパス及び定規等は、使用できません。
9. 時計のアラーム（計時機能以外の機能を含む。）は、使用しないでください。
10. スマートフォン、携帯電話、ウェアラブル端末等の音の出る機器を全て机の上に出し、それらの機器のアラームを解除してから、電源を切り、かばん等に入れてください。
11. 試験終了まで退室できません。試験時間中に用がある場合は、手をあげてください。
12. 試験終了後、この問題冊子は持ち帰ってください。

**問題 22** 微分積分・線形代数 設問すべてについて解答すること。

I 2変数関数

$$f(x, y) = \sqrt{\frac{2 - x^2 - y^2}{2 + x^2 + y^2}}$$

について (1)~(4) の問いに答えよ。

- (1) 偏導関数  $\frac{\partial f}{\partial x}$  を求めよ。
- (2) グラフ  $z = f(x, y)$  の点  $\left(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{\sqrt{3}}{3}\right)$  における接平面の方程式を求めよ。
- (3) 定積分  $\int_0^1 \frac{2-t}{\sqrt{4-t^2}} dt$  の値を求めよ。
- (4)  $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 \leq 1, y \geq 0\}$  としたとき、  
重積分  $\iint_D f(x, y) dx dy$  の値を求めよ。

II 実数  $a$  を成分に含む  $n$  次正方行列  $A_n$  ( $n \geq 2$ ) は

- $(i, i)$  成分は 1 ( $i = 1, 2, \dots, n$ )
- $(j+1, j)$  成分は 2 であり  $(j, n)$  成分は  $(-1)^{n-j} a$  ( $j = 1, 2, \dots, n-1$ )
- 上記以外の成分はすべて 0

という条件を満たす行列とする。すなわち

$$A_n = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & (-1)^{n-1} a \\ 2 & 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & (-1)^{n-2} a \\ 0 & 2 & 1 & 0 & \cdots & 0 & (-1)^{n-3} a \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \vdots & & \ddots & \ddots & \ddots & 0 & a \\ \vdots & & & \ddots & \ddots & 1 & -a \\ 0 & \cdots & \cdots & \cdots & 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

である。このとき (1)~(5) の問いに答えよ。

- (1)  $n = 3, a = 1$  のとき、連立 1 次方程式  $A_3 \mathbf{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$  の解  $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^3$  を求めよ。
- (2)  $n = 4, a = 1$  のとき、行列式  $|A_4|$  を求めよ。
- (3)  $n \geq 3$  のとき、行列式  $|A_n|$  を、 $|A_{n-1}|, n$  および  $a$  を用いて表せ。
- (4) 行列式  $|A_n|$  を、 $n$  と  $a$  とを用いて表せ。
- (5) 連立 1 次方程式  $A_n \mathbf{x} = \mathbf{0}$  が非自明な解を持つとき、 $a$  を  $n$  を用いて表せ。

問題 23 土工学基礎 設問すべてについて解答すること。

I 図 1 に示すはりの点 B における鉛直方向変位  $v_B$  (鉛直下向きを正) を求めよ。ただし、点 A は不動ヒンジ支承で点 C と点 E は可動ヒンジ支承で支持され、点 D は中間ヒンジであり、すべての部材の曲げ剛性を  $EI$  とする。

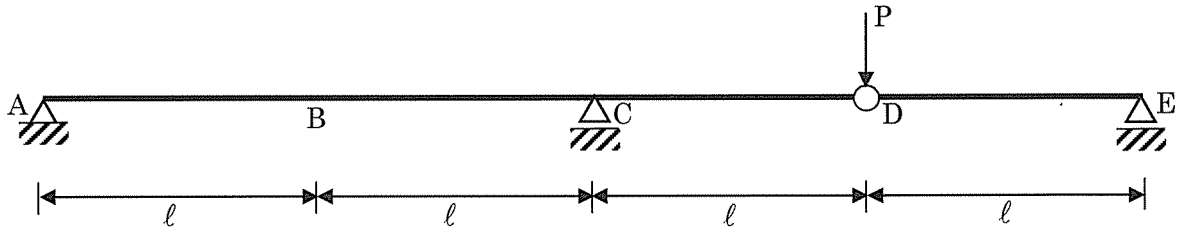
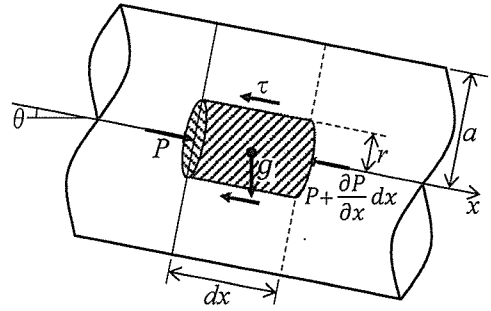


図 1

**問題 23 土木工学基礎** 設問すべてについて解答すること。

II 次の(1)～(3)の問いについて答えよ。

(1) 右図のように、半径  $a$ 、中心軸の水平面とのなす角  $\theta$  の円管路を密度  $\rho$  の流体が層流状態で流れている。円管路と中心軸を共有する半径  $r$ 、高さ  $dx$  の円筒状の部分(右図の斜線部)の流体についての  $x$  方向の力のつり合い式を立てよ。ただし、 $x$  軸を流下方向にとり、重力加速度を  $g$  とし、円筒の底面と側面にかかる圧力(垂直応力)とせん断応力は右図のように与えられるものとする。



(2) (1) のつり合い式を解き、この流れのせん断応力分布を求めよ。

(3) ニュートン流体の仮定  $\tau = -\mu \frac{du}{dr}$  が成り立つとき、この流れの流速分布が次式で与えられることを示せ。

$$u = \frac{\rho g I}{4\mu} (a^2 - r^2)$$

ここに、 $u$  は流下方向の流速、 $\mu$  は粘性係数、 $I$  は動水勾配である。

**問題 23 土工学基礎** 設問すべてについて解答すること。

Ⅲ 次の問いについて答えよ。

水平にひろがる均質な基礎地盤の上に、鉛直に自立する擁壁で支えられた高さ  $H$  の水平で均質な砂質土の裏込め土を考える。擁壁は根入れされておらず、滑らかな鉛直背面をもち、排水機能は有していないとする。最初、地下水位は擁壁の底面（基礎地盤の地表面）の位置にあったが、その後、裏込め土中の地下水位のみがゆっくりと上昇した。この地下水面が裏込め土の地表面に一致し、地下水の流れがない状態を考える。ここで、水の単位体積重量、裏込め土の飽和単位体積重量をそれぞれ、 $\gamma_w$ 、 $\gamma_{sat}$  とする。裏込め土の強度定数は破壊時の内部摩擦角のみとし、静止土圧係数は  $K_0$  とする。擁壁背面全体に作用する単位奥行きあたりの静止土圧、全水圧および、それらの合力を求めなさい。ただし、計算過程も記述すること。また、解答に必要なパラメータがあれば各自で適宜定義して用いること。

**問題 23 土木工学基礎** 設問すべてについて解答すること。

IV 次の(1)～(4)の問いについて答えよ。

駐車場の料金所で、1分間当たりの到着台数は平均2台/分で、料金収受の窓口サービスの平均所要時間は1台当たり20秒とする。ここで、駐車場の料金所は窓口が一つしかなく、車の到着と窓口のサービスがランダムであり、到着はポアソン分布、サービスは指数分布に従い、先着順サービス、待ち行列長さの制限なし、定常状態での待ち行列である場合について以下に答えよ。

- (1) 到着率 $\lambda$ とサービス率 $\mu$ 、利用率 $\rho$ を示せ。ここで $\rho$ は、 $\mu$ に対する $\lambda$ の比である。
- (2) 車(ドライバー)が待たずにサービスを受けられる確率を求めよ。
- (3) 平均行列長さ(サービス中を含む)を求めよ。
- (4) 平均待ち行列長さ(サービス中を含まず)を求めよ。

問題 23 土木工学基礎 設問すべてについて解答すること。

V 次の問いについて答えよ。

図(a)に示す断面の鉄筋コンクリートはりの終局曲げモーメントを求める式を導け。ただし、引張側の鉄筋は降伏しているものとし、圧縮側コンクリートの応力分布は図(b)に示す長方形とする。

