

問題 1

(1) 関数  $f(x) = \frac{1}{x^2 + 6x + 8}$  の第  $n$  次導関数  $f^{(n)}(x)$  ( $n = 1, 2, 3, \dots$ ) を求めよ。

(2) 不定積分  $\int \frac{1 + \sin x}{\sin x(1 + \cos x)} dx$  を求めよ。

問題 2

(1) 関数  $f(x, y) = 8x^3 + y^3 - 3xy$  の極値を求めよ。

(2) 領域  $D = \{x^2 + y^2 \leq 1\}$  において、重積分

$$\iint_D \frac{|y|}{x^2 + 1} dx dy$$

の値を求めよ。

問題 3 行列

$$A = \begin{pmatrix} a & a & a \\ a & a^2 & a^3 \\ a & a^3 & a^5 \end{pmatrix}$$

について、以下の問いに答えよ。ただし  $a$  は定数とする。

(1) 行列式  $|A|$  を因数分解せよ。

(2) 行列  $A$  の階数を求めよ。

問題 4 行列

$$A = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$$

について、以下の問いに答えよ。

(1)  $A$  の固有値と固有ベクトルを求めよ。

(2)  $A^n$  ( $n = 1, 2, 3, \dots$ ) を求めよ。