

2025 年度（令和 7 年度）大学院工学研究科（博士前期課程）

私費外国人留学生

専門試験問題

（物理工学系 材料機能プログラム、応用物理プログラム）

注 意 事 項

1. 試験開始の指示があるまで、この問題冊子を開いてはいけません。
2. 問題は、1 ページから 7 ページまであります。解答用紙は、2 枚あります。ページの脱落等に気付いたときは、手をあげて監督者に知らせてください。
3. 下記表の問題番号 5 から 6 の問題を全て解答してください。1 題につき解答用紙 1 枚を使用し
て解答してください。 解答用紙の追加配付はありません。

問題番号	出題科目
5	材料科学 Materials science
6	電磁気学 Electromagnetics

4. 監督者の指示に従って、問題番号、志望プログラム及び受験番号を 2 枚の解答用紙の該当欄に必ず記入してください。
5. 計算用紙は、問題冊子の白紙ページを利用してください。
6. 解答用紙の裏にも解答を記入する場合には、表と上下を逆にして記入してください。
7. 机の上には、受験票、黒の鉛筆・シャープペンシル、消しゴム、鉛筆削り及び時計（計時機能だけのもの）以外の物を置くことはできません。
8. コンパス及び定規等は、使用できません。
9. 時計のアラーム（計時機能以外の機能を含む。）は、使用しないでください。
10. スマートフォン、携帯電話、ウェアラブル端末等の音の出る機器を全て机の上に出し、それらの機器のアラームを解除してから、電源を切り、かばん等に入れてください。
11. 試験終了まで退室できません。試験時間中に用がある場合は、手をあげてください。
12. 試験終了後、この問題冊子は持ち帰ってください。

問題5 材料科学

設問すべてについて解答すること。

I 次の文章を読み、(1)～(6)の問いについて答えよ。

電位—pH図は、水溶液中で熱力学的に安定な化学種の存在領域を、電極電位とpHを両軸として二次元座標上に図示したものである。この図は、創始者の名をとって(①)ダイアグラムともよばれる。金属の電位—pH図を作図することで、図上に金属イオンの安定域、金属の安定域、水酸化物・酸化物の安定域が現れる。図1に25℃におけるCuの電位—pH図を示す。図中の破線(a)および(b)は酸素と水素イオンの酸化還元の平衡線を示しており、これらから環境中の酸化剤(水素イオンや酸素)が酸化力を示す領域を推定できる。

- (1) 空欄①に入る用語を示せ。
- (2) 図1中のCu, Cu^{2+} , Cu_2O , CuO を活性態, 不活態, 不働態に分類せよ。
- (3) 図1中の破線(a)および(b)の反応式を示せ。
- (4) 破線(b)の反応式における電位をネルンストの式で示せ。このとき、破線(b)の反応式におけるネルンストの式の電位を E' 、標準電極電位を E_0' とせよ。また、水素、酸素、水の活量を1、 H^+ の活量を a_{H^+} 、気体定数を R 、絶対温度を T 、ファラデー定数を F とせよ。
- (5) 図中の Cu^{2+}/Cu の境界線②を決定する反応式を示せ。
- (6) 境界線②の電位 E_{Cu} をネルンストの式により表せ。このとき、標準電極電位を $E_{\text{Cu},0}$ 、Cuの活量を1、 Cu^{2+} の活量を $a_{\text{Cu}^{2+}}$ とし、 R は気体定数、 T は絶対温度、 F はファラデー定数とせよ。

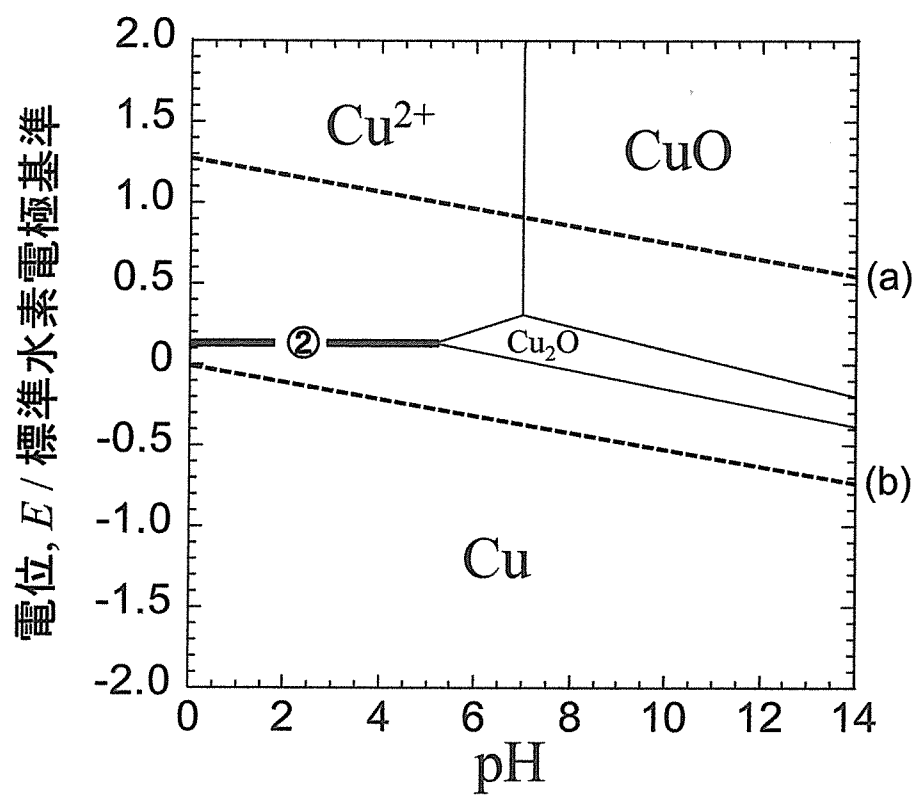


図1 25°CにおけるCuの電位—pH図。

Cuイオンの活量を 10^{-6} , $P(\text{H}_2) = P(\text{O}_2) = 1 \text{ atm}$ としている。

Ⅱ 次の(1)～(6)の問いについて答えよ。ただし、 $\sqrt{2} = 1.41$ 、 $\sqrt{3} = 1.73$ 、および $\sqrt{5} = 2.24$ とすること。

- (1) 図2は立方晶および六方晶の模式図を示す。図中のA, B, CおよびDの面方位を答えよ。
- (2) 純銅の格子定数は、 $a = 0.361 \text{ nm}$ である。純銅の(111)の面間隔を算出せよ。ただし、有効数字3桁で答えること。
- (3) 純銅単結晶を引張試験に供した。このときの引張方向は $[1\ 1\ 2]$ 方向である。このとき活動する可能性があるすべり系を $(\bar{1}\ 1\ 1)[1\ 0\ 1]$ 、 $(1\ 1\ 1)[\bar{1}\ 0\ 1]$ および $(1\ \bar{1}\ 1)[0\ 1\ 1]$ としたとき、引張試験で生じるすべりは単一すべりあるいは二重すべりのどちらであろうか。引張試験で生じるすべりを答えよ。
- (4) 前項(3)で答えた引張試験で生じるすべりの理由について、シュミット因子を計算したうえで答えよ。
- (5) 純鉄における γ -鉄は、 α -鉄に比べて炭素を多く固溶することができる。鉄の原子半径を r として、 γ -鉄および α -鉄の八面体位置における隙間半径を算出し、 γ -鉄が α -鉄に比べて炭素を多く固溶できることを示せ。ただし、原子を剛体球として考える。
- (6) 低炭素鋼に対して引張試験を行った。この引張試験で得られる応力-ひずみ曲線の模式図を描き、その変形挙動について説明せよ。

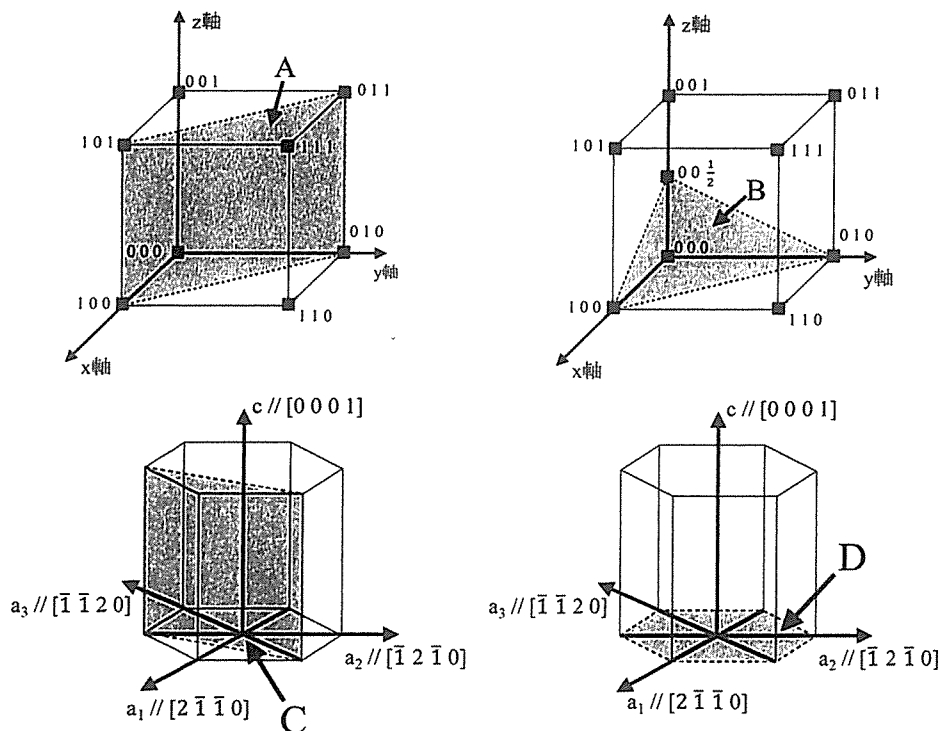


図2 立方晶および六方晶の模式図。

Ⅲ 次の文章を読み、(1)～(2)の問いについて答えよ。

金属中の電子は剛体球状の原子が作る結晶中を運動し、平均してその速度に比例する抵抗力を受けるとするモデルを考える。従って電場 E 、電子の速度を v 、電子の電荷を $-e$ 、電子の質量を m 、 b を定数とすると、電子の運動方程式は次式で与えられる。

$$m \frac{dv}{dt} = -eE - bv \cdots \textcircled{1}$$

①を初期条件 $t = 0$ で $v = 0$ の下で解き、特に $\tau = m/b$ と置くと、①の解は $v = (\quad A \quad)$ となる。 τ は時間の次元を持ち、 $(\quad B \quad)$ と呼ばれる。 $t \rightarrow \infty$ の定常状態における速度 v は τ を用いると $(\quad C \quad)$ で与えられる。単位体積中の電子数を n とし、これがすべて電流に寄与するとすれば、定常状態の電流密度 J は $(\quad D \quad)E$ となる。この式はオームの法則の一般形であり、 $(\quad D \quad)$ は σ と書かれ、導電率と呼ばれる。

金属の顕著な性質は導電率と熱伝導率が大いことである。古典統計によれば電子は1個当たり平均して $3k_B T/2$ (k_B : ボルツマン定数, T : 絶対温度)の運動エネルギーを持つから、1個の電子の移動に伴って $-e$ の電荷と共に $3k_B T/2$ のエネルギーの移動も起こる。それゆえ電気伝導と同時に熱伝導が起こり、導電率が大いほど熱伝導率も大きくなる。実際は、熱エネルギーは電子だけでなく結晶格子によっても運ばれるが、いま電子からの寄与だけに注目すると、同一温度では熱伝導率 K と導電率 σ の比は物質によらない定数 L を用いて、 $K/\sigma T = L$ となる。この関係を $(\quad E \quad)$ といい、 L を $(\quad F \quad)$ という。

- (1) 空欄(A)に入る数式を求めよ。なお導出の過程も記載し、 b を用いずに表記すること。
- (2) 空欄(B)～(F)に入る数式、語句を記せ。空欄(C)については導出の過程も記述し、空欄(D)は τ を用いて表記すること。

問題 6 電磁気学 設問すべてについて解答すること。

I 次の (1) ~ (6) の問いについて答えよ。

図 1 に示すように、鉛直方向上向きに一様な磁束密度 B の磁場がかけられている空間に、水平から角度 θ ($0 < \theta < \pi/2$) 傾斜した十分に長い 2 本の導体レールが、間隔 w で平行に固定されている。レールの左端には抵抗器 (抵抗値 R) が接続されている。レールと直交するように導体棒 (質量 m) を静かに置くと、導体棒は重力 (重力加速度 g) を受けてなめらかに滑り始めた。導体棒はレールと直交する状態を保ったまま回転することなく滑り、やがて速度が一定となった。導体棒が滑り始める時刻を $t = 0$, 時刻 t でのレールに平行な方向に滑る速度を $v(t)$ とする。レールと棒の太さはレールの間隔に比べて十分に小さいものとする。導体棒は 2 本のレールと電氣的に接触している。抵抗器以外の電気抵抗、棒とレールの間の摩擦および棒の運動に対する空気抵抗、棒やレールを流れる電流により生じる磁場は全て無視できるものとする。

- (1) 導体棒が速度 $v(t)$ で滑るとき、導体棒-レール-抵抗器-レール-導体棒の閉回路に発生する起電力の大きさを求めよ。
- (2) 導体棒が速度 $v(t)$ で滑るとき、抵抗器に流れる電流を求めよ。
- (3) 運動する導体棒は磁場からの力と重力を受ける。時刻 t において、レールに平行な方向の導体棒の運動方程式を書け。ただし、速度の時間微分は $dv(t)/dt$ でよい。
- (4) 上問 (3) の運動方程式は、 t に依存しない k, V を用いて次のように変形することができる。

$$\frac{dv(t)}{dt} = -k\{v(t) - V\}$$

ここで V は一定となる速度 (終端速度) である。 V を m, g, R, B, w, θ を用いて表せ。

- (5) 導体棒が速度 V で滑るとき、抵抗器で単位時間に消費されるジュール熱を V, m, g, θ を用いて表せ。
- (6) 上問 (4) の微分方程式を解いて、 $v(t)$ を k, V を用いて表せ。ただし、 $v(0)=0$ である。必要に応じて以下の公式を用いてもよい。

$$\frac{d}{dx}(\log_e |x|) = \frac{1}{x}$$

このように力学的エネルギーから電氣的エネルギーへの変換が可能である。

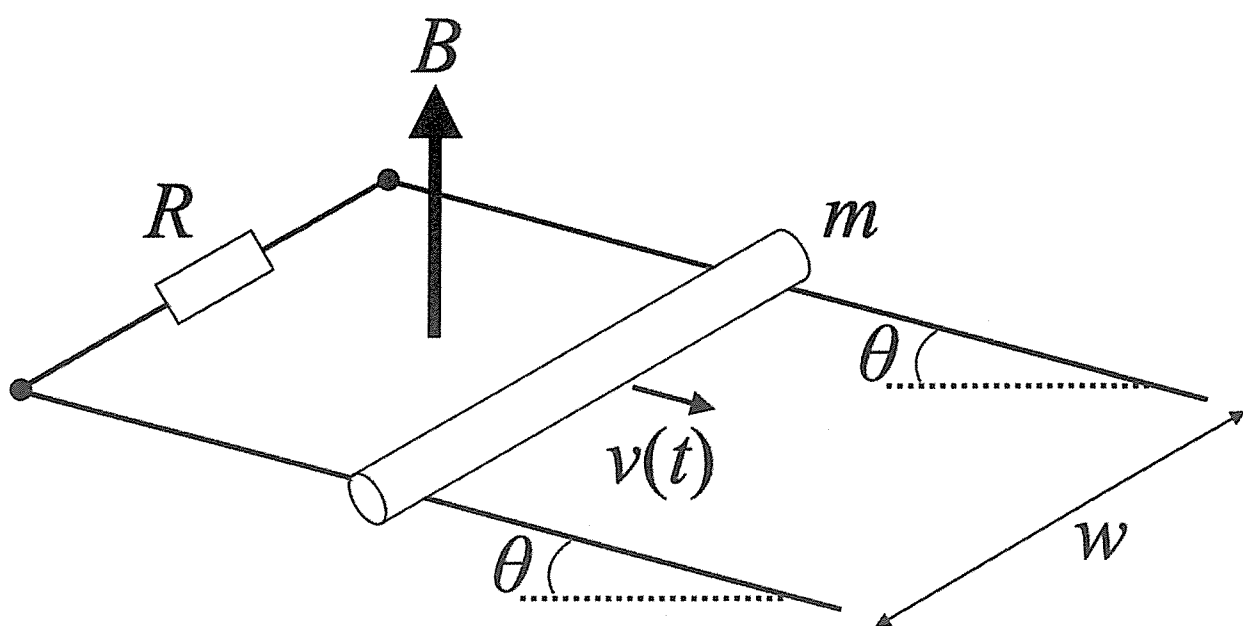


图 1

II 次の(1)～(8)の問いについて答えよ。

電磁気学で扱う現象は、対称性に応じた座標系を選択することで扱いが容易になる場合が多い。以下では、半径 a の無限に長い円柱に関連する現象を円柱座標系で考える。

円柱座標系は、中心軸からの動径方向、中心軸に対して右ねじ回りの方位角方向、中心軸方向の3軸から構成される。座標 (r, θ, z) ($0 \leq r, 0 \leq \theta < 2\pi, -\infty < z < +\infty$) でのベクトル場 $\mathbf{A}$ は各方向の単位ベクトル $\mathbf{e}_r, \mathbf{e}_\theta, \mathbf{e}_z$ を用いて、

$$\mathbf{A}(r, \theta, z) = A_r(r, \theta, z)\mathbf{e}_r + A_\theta(r, \theta, z)\mathbf{e}_\theta + A_z(r, \theta, z)\mathbf{e}_z$$

と表される。 $\mathbf{A}$ の発散と回転は、 $r > 0$ のときに以下のように表される。

$$\begin{aligned} \operatorname{div} \mathbf{A} &= \frac{1}{r} \frac{\partial(rA_r)}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial A_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial A_z}{\partial z} \\ \operatorname{rot} \mathbf{A} &= \left[\frac{1}{r} \frac{\partial A_z}{\partial \theta} - \frac{\partial A_\theta}{\partial z} \right] \mathbf{e}_r + \left[\frac{\partial A_r}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial r} \right] \mathbf{e}_\theta + \frac{1}{r} \left[\frac{\partial(rA_\theta)}{\partial r} - \frac{\partial A_r}{\partial \theta} \right] \mathbf{e}_z \end{aligned}$$

- (1) ベクトル場 $\mathbf{X} = r^n \mathbf{e}_r$ (n は整数, $r > 0$) について、発散と回転を求めよ。
- (2) ベクトル場 $\mathbf{Y} = r^n \mathbf{e}_\theta$ (n は整数, $r > 0$) について、発散と回転を求めよ。

円柱の内部 ($0 \leq r \leq a$) に電荷が一様に体積密度 ρ で分布している。真空の誘電率を ϵ_0 とする。

- (3) 円柱の内部 ($0 \leq r \leq a$) および外部 ($r > a$) の点での電場 $\mathbf{E}$ を $\mathbf{e}_r$ を用いて表せ。
- (4) 上問 (3) の $\mathbf{E}$ について、円柱の内部 ($0 < r \leq a$) での発散と回転を求めよ。
- (5) 上問 (3) の $\mathbf{E}$ について、円柱の外部 ($r > a$) での発散と回転を求めよ。

円柱の内部 ($0 \leq r \leq a$) に z 軸方向に一様な定常電流が面密度 ie_z で流れているとき、磁場が生じる。真空の透磁率を μ_0 とする。

- (6) 円柱の内部 ($0 \leq r \leq a$) および外部 ($r > a$) の点での磁束密度 $\mathbf{B}$ を $\mathbf{e}_\theta$ を用いて表せ。
- (7) 上問 (6) の $\mathbf{B}$ について、円柱の内部 ($0 < r \leq a$) での発散と回転を求めよ。
- (8) 上問 (6) の $\mathbf{B}$ について、円柱の外部 ($r > a$) での発散と回転を求めよ。