

- 数 学 -

[問題1]

(1) 関数 $f(x) = e^{-x^2} - x \sin x$ に対し, $f(x)$ のマクローリン展開を x^4 の項までで打ち切つて得られる高々4次の多項式 $g(x)$ を求めよ。

(2) 次の不定積分を求めよ。

$$\int \frac{dx}{x^2 + 2x + 3}$$

[問題2]

(1) 次の関数が原点 $(0, 0)$ において極値をとるかどうかを, それぞれ判定せよ。なお, 極値をとる場合については極大・極小の区別を明示すること。

$$\begin{aligned} f(x, y) &= (1 + x^2 - y^2) \cos(3x - 2y) \\ g(x, y) &= x^2 + 4xy^3 + 5y^6 \end{aligned}$$

(2) 次の重積分の値を求めよ。

$$\iint_D \frac{dx dy}{\sqrt{(60 - 4x + y - x^2)^3}} \quad \text{ただし} \quad D = \{(x, y) \mid x^2 \leq y \leq 2x + 3\}$$

[問題3]

(1) 実対称行列 $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 0 & -1 \\ -1 & -1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$ の固有値を全て求めよ。

(2) \mathbb{R}^4 の正規直交基底で, (1) の行列 A の固有ベクトルからなるものを一組求めよ。

[問題4]

(1) 次の行列 A の階数を求めよ。ただし a は定数である。

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^3 & a^4 \end{pmatrix}$$

(2) x, y, z についての次の連立1次方程式を解け。ただし a は定数である。

$$\begin{cases} x + y + z &= 1 \\ x + ay + a^2z &= a \\ x + a^3y + a^4z &= 1 + a - a^2 \end{cases}$$