２０２５年度（令和７年度）編入学者・転入学者選抜学力試験［問題］

ー 物　理 ー

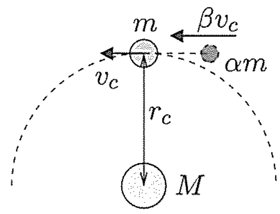
1. 質量 M の惑星のまわりの，質量 m の衛星の運動について以下の設問に答えよ．万有引力定数を G とする．惑星や衛星は質点とみなすことができる．また，m は M にくらべて十分小さく，衛星は静止した惑星からの万有引力のみを受けて運動しているとみなせるものとする．

(1) 惑星の位置を原点とし，衛星が位置ベクトル $\vec{r}$ の位置にあるとき，衛星の惑星からの距離を $r = |\vec{r}|$ として衛星にはたらく万有引力 $\vec{f}$ を G, M, m, r および $\vec{r}$ を用いて記せ．また，無限遠方を基準とする万有引力のポテンシャルエネルギー $U(r)$ を G, M, m, r を用いて記せ．

(2) 衛星の力学的エネルギーおよび角運動量が保存することを，運動方程式を用いて示せ．ただし，説明に必要な記号は定義のうえ使用すること．

(3) 衛星が半径 r_c の円軌道上を運動しているとき，この衛星の速度の大きさ v_c を求めよ．

(4) 上問 (3) の円軌道上において，右図のように，衛星に後方から質量 αm $(0 < \alpha < 1)$ の巨大隕石が速度 βv_c $(\beta > 1)$ で完全非弾性衝突した．衝突して一体となった直後の衛星の速度を γv_c として γ を α, β で表せ．ただし，衛星と隕石の間の万有引力の影響は無視できるとする．



(5) 上問 (4) で $\gamma < \sqrt{2}$ のとき，衝突後の衛星の軌道は惑星の位置を焦点の一つとする楕円軌道となる．この軌道上で衛星が惑星から最も離れるときの惑星からの距離を，r_c, γ を用いて表せ．

2. 水平な床面上に，質量 m の物体が置かれている．時刻 $t = 0$ に，この物体に水平方向の初速度 v_0 を与えて床面をすべらせる．物体と床面のあいだの動摩擦係数を μ とする．また，この物体には速度 v に比例する空気抵抗 $-m\gamma v$ (γ は正の定数) がはたらく．重力加速度の大きさを g として以下の設問に答えよ．

(1) $t > 0$ での物体の運動方程式を，速度 $v(t)$ が従う微分方程式の形で記せ．

(2) 微小時間 dt のあいだに速度が v から $v + dv$ に変化し，その間の変位を dx とする．dv, dx をそれぞれ，m, μ, g, γ, v および dt のうち必要なものを用いて表せ．ただし2次以上の微小量は無視すること．またそれらの関係式から dt を消去することにより，dx を μ, g, γ, v および dv を用いて表せ．

(3) 物体がすべり始めてから静止するまでの移動距離を L とする．速度が v_0 から 0 に変化する間に位置 x が 0 から L に変化することに注意して，L を求めよ．

3. 真空中において，半径 a の導体球に電荷 Q を帯電させた．真空の誘電率を ε_0 として以下の設問に答えよ．

(1) 球の外側に生じる電場の強さを，球の中心からの距離 r $(r > a)$ の関数で表せ．

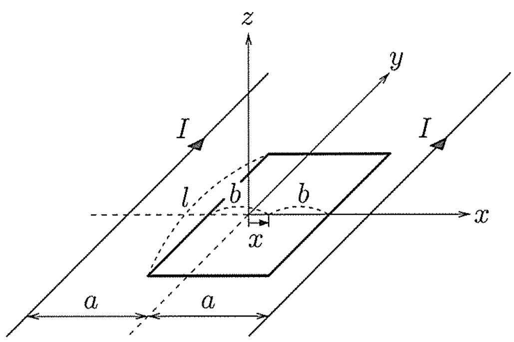
(2) 導体球の表面 $(r = a)$ における電位を求めよ．ただし，電位の基準は無限遠に選ぶ．

(3) 一般に平衡状態における導体内部の電場は 0 である．その理由について述べよ．

(4) この導体球に蓄えられている静電エネルギーに関する以下の文章の空欄 (a)~(c) にあてはまる式を答えよ．ただし，同じ記号の空欄には同じ式が入る．

電荷 Q に帯電している導体球の中心から距離 r の位置にある微小電荷 ΔQ が導体球のつくる電場から受けるクーロン力は外向きに $\boxed{\text{(a)}}$ である．したがって，この微小電荷を無限遠方から導体球の表面まで移動させるには，クーロン力にさからって $W = -\int_{\infty}^{a} \boxed{\text{(a)}}\, dr = \boxed{\text{(b)}}\, \Delta Q$ の仕事をする必要がある．(ただし導体球に微小電荷 ΔQ を近づけても導体球の電荷分布は変化しないとする．) この仕事が，電荷を ΔQ だけ変化させたときの静電エネルギーの変化 ΔU に等しいので，$\Delta U = \boxed{\text{(b)}}\, \Delta Q$, すなわち $\dfrac{dU}{dQ} = \boxed{\text{(b)}}$ が成り立つ．したがって，電荷 Q に帯電している半径 a の導体球の静電エネルギーは $U(Q) = \boxed{\text{(c)}}$ である．

4. 真空中で xy 面上の $x = \pm a$ の位置に置かれた y 軸に平行な無限に長い 2 本の導線に，それぞれ y 軸の正の向きの電流 I が流れている．この導線の間に，右図のような，点 $(x, 0, 0)$ を中心とする 2 辺の長さが $2b$, l の長方形 1 巻きコイル $(|x| + b < a)$ が置かれている．真空の透磁率を μ_0 とし，コイルを流れる電流による磁場の影響は無視できるものとする．



(1) 2 本の直線電流によって xy 面上の点 $(x, y, 0)$ $(|x| < a)$ に生じる磁束密度の z 軸方向の成分を求めよ．

(2) 長方形コイルを z 軸の正の向きに貫く磁束を $\Phi = MI$ とする．$|x|$ は b, $a - b$ にくらべて十分小さいとして，定数 M を x の 1 次までの近似で求めよ．必要であれば $|\varepsilon| \ll 1$ のときに成り立つ近似式 $\log(1 + \varepsilon) \fallingdotseq \varepsilon$ を用いよ．

(3) 長方形コイルの中心の位置を時間 t の関数として x 軸方向に $x = x_0 \cos \omega t$ (x_0, ω は正の定数，x_0 は b, $a - b$ にくらべて十分小さい) で振動させたとき，コイルに生じる誘導起電力の最大値を求めよ．上問 (2) の解を $M = M_0 + Kx$ として解答に M_0, K を用いてもよい．