2025年度(令和7年度)

後 期 日 程

数　　学 (120分)

注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまで，この問題冊子を開いてはいけません。
2. 問題は，1ページから4ページまであります。解答用紙は，$\boxed{後1}$，$\boxed{後2}$，$\boxed{後3}$，$\boxed{後4}$ の4枚からなっています。ページの脱落等に気付いたときは，手をあげて監督者に知らせなさい。
3. 解答はすべて，各問題の解答用紙の解答欄に記入しなさい。
   なお，解答用紙の裏にも解答を記入する場合には，表と上下を逆にして記入しなさい。
4. 監督者の指示に従って，すべての解答用紙の該当欄に志望学科名(社会工学科を志望するものは志望分野名，創造工学教育課程を志望するものは志望コース名)及び受験番号(2か所)を記入しなさい。
5. 解答用紙の網掛け部分及び※を付した欄には，何も記入してはいけません。
6. 問題冊子の白紙と余白は下書きに適宜利用してもよいが，どのページも切り離してはいけません。
7. 試験終了後，この問題冊子は持ち帰りなさい。

$\boxed{1}$ 関数

$$f(x) = \frac{e^{3x} - e^{-3x}}{2}, \qquad g(t) = \int_0^2 \left| t - f(x) \right| dx$$

について，以下の問いに答えよ。

(1)　$0 \leqq x \leqq 2$ における $f(x)$ の最大値と最小値を求めよ。

(2)　$t = f(x)$ の逆関数 $x = h(t)$ を求めよ。

(3)　$g(0)$ の値を求めよ。

(4)　$g'(t)$ を計算せよ。

(5)　$g(t)$ の最小値を求めよ。

$\boxed{2}$ 数列 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ を

$$a_1 = 1, \qquad a_{n+1} = a_n + n + 1$$
$$b_1 = 0, \qquad b_{n+1} = b_n + (n+1)a_n \qquad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

で定める。

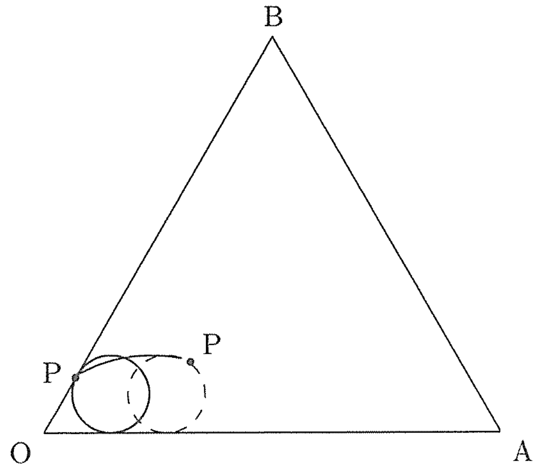
(1) 一般項 a_n を求めよ。

(2) $c_n = (1 + 2 + \cdots + n)^2 - 2b_n$ を求めよ。

(3) 一般項 b_n を求めよ。

(4) b_n が 125 の倍数であるような自然数 n のうち，$2 \leqq n \leqq 50$ の範囲にあるものをすべて求めよ。

3 正三角形OAB と半径 1 の円 K があり，円 K の周上に固定された点P がある。はじめ，円 K は三角形OAB の 2 辺 OA, OB の両方に接していて，辺 OB との接点はP である。その後，円 K は辺 OA 上を，すべることなく，辺 AB に接するまで転がる。円 K の回転に伴い，点 P は辺 OA 上を一度だけ，OA の中点で通過する。点 P の軌跡を C とする。



(1) 辺 OA の長さを求めよ。

(2) C の長さ L を求めよ。

(3) C により分割される三角形OAB の 3 つの部分のうち，頂点 O を含む部分の面積 S を求めよ。

4 複素数 $z\ (z \neq 1)$ に対し，複素数 w を $w = \dfrac{\overline{z}}{\overline{z}-1}$ で定める。複素数平面上の点を $\mathrm{O}(0)$, $\mathrm{A}(1)$, $\mathrm{B}(z)$, $\mathrm{C}(w)$ とする。

(1) $z = \dfrac{3}{2} + \dfrac{\sqrt{3}}{2}i$ のとき，w を計算せよ。

(2) $|z-1||w-1|$ の値を求めよ。

(3) A, B, C は一直線上にあることを示せ。

(4) 実数ではない z が面積比 $\triangle\mathrm{OAB} : \triangle\mathrm{OBC} = 1:2$ をみたしつつ動くとき，$\dfrac{z-\overline{z}}{i(z+\overline{z})}$ の最大値を求めよ。

(5) 2条件 $z+\overline{z}=3$, $|z-1| \leqq 1$ によって定まる線分を L とする。点 $\mathrm{B}(z)$ が L 上を動くとき，線分BCが通過する部分の面積 S を求めよ。ただし $z=w$ の場合，線分BCは1点Bのこととする。