平成２８年度　編入学者・転入学者選抜学力検査［問題］
― 物　　理 ―

I　質量 m の物体に速度の２乗に比例する空気抵抗力が働くとき, 鉛直線と平行な方向（下向きの速度を正にとる）の物体の運動を考える。空気抵抗力は物体の速度が v のとき, 物体が下降中は $-kv^2$ $(k>0)$ と書くことができる。時間を t, 重力加速度を g として以下の問に答えよ。

(1) 物体が下降中の運動方程式を, $v(t)$ を未知関数とする微分方程式で表せ。

(2) 物体が下降中, 物体の速度が v のとき, 単位時間当たり失われる力学的エネルギーを k と v を用いて表せ。

(3) 初速度 $v(0)=0$ の場合, 時刻 $t(>0)$ の物体の速度 $v(t)$ を求めよ。
ただし, $\int \frac{dy}{1-y^2} = \tanh^{-1} y$, ($z=\tanh^{-1} y$ のとき, $y=\tanh z = \frac{e^z-e^{-z}}{e^z+e^{-z}}$) である。

(4) 物体の終端速度

$$\lim_{t\to\infty} v(t)$$

を求めよ。

II　なめらかな水平面上を, 一様な円板Ａが一定の角速度 ω で回転している。Ａの中心は水平面に対して静止している。この円板Ａの上に一様な円板Ｂを, ＡとＢの中心が一致するように静かに載せた。載せるまでは, 円板Ｂは回転していないものとする。するとＡとＢは直ちに接合し, 一体となって一定角速度 ω' で回転した。図１はこれを真横から見たものである。円板の中心を通り, 円板に垂直な軸の周りの, 円板Ａの慣性モーメントを I_A, 円板Ｂの慣性モーメントを I_B とする。

(1) 角速度 ω' を求めよ。

(2) 円板Ｂを載せる前の円板Ａの回転の運動エネルギーを E, 載せた後の円板ＡとＢが接合して一体になった物体の回転の運動エネルギーを E', $\Delta E = E' - E$ とする。ΔE を I_A, I_B, ω だけで表せ。

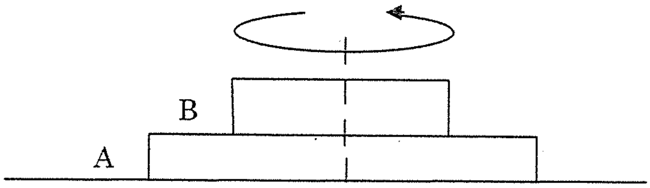

図１

III　(1) 真空中, 半径 R の球内部には一様な連続的電荷分布（電荷密度が一定で 全電荷が $Q > 0$）が存在し, 球の外部には電荷が存在しないとき, 球の中心から距離 r の点の電場の大きさ E を求めよ。($0 \leq r \leq R$ と $r > R$ に場合分けして表せ。) ただし真空の誘電率を ε_0 とする。
(2) 電荷系の静電エネルギーは電荷によって生じる電場のエネルギーに等しい。電場 E が生じている空間の単位体積あたりには $\frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2$ のエネルギーが分布する。このことから, 問 (1) の連続的電荷分布の静電エネルギーを求めよ。ただし r の関数 $f(r)$ の体積積分は

$$\int f(r)dV = 4\pi \int_0^\infty f(r)r^2 dr$$

である。

IV　LR 回路を考えよう。図２のように, 起電力 V_0 の電池, 抵抗 R, 自己インダクタンス L のコイルを直列に接続した回路のスイッチを時刻 $t = 0$ で閉じた。電池の内部抵抗, コイルおよび導線の抵抗は無視できるとする。

(1) 回路を流れる電流 $I(t)$ が満たす微分方程式を書け。

この回路に電流 I が流れているとき,
(2) 単位時間当たり電池がする仕事を書け。
(3) 単位時間当たり抵抗 R で発生するジュール熱を書け。
(4) コイルに蓄えられている磁場のエネルギーを L と I を用いて表せ。

(5) 問 (1) で求めた微分方程式を解いて $I(t)$ を求めよ。

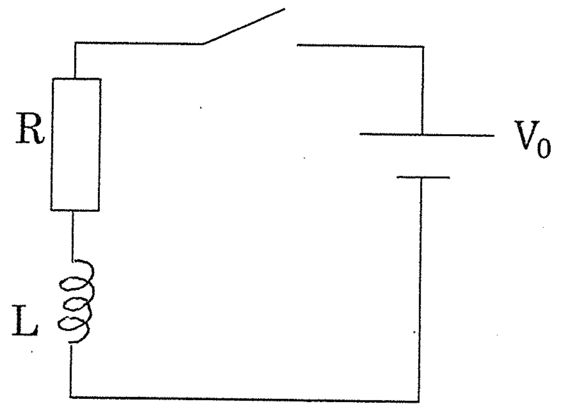

図２