

平成 28 年度

後 期 日 程

数 学 (120 分)

注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開いてはいけません。
2. 問題は、1 ページから 4 ページまであります。解答用紙は、後 1，
後 2，後 3，後 4 の 4 枚からなっています。ページの脱落等に気付いたときは、手をあげて監督者に知らせなさい。
3. 解答はすべて、各問題の解答用紙の解答欄に記入しなさい。
なお、解答用紙の裏にも解答を記入する場合には、表と上下を逆にして記入しなさい。
4. 監督者の指示に従って、すべての解答用紙の該当欄に志望学科名(社会工学科を志望するものは志望分野名、創造工学教育課程を志望するものは志望コース名)及び受験番号(2か所)を記入しなさい。
5. 解答用紙の網掛け部分及び※を付した欄には、何も記入してはいけません。
6. 試験終了後、この問題冊子は持ち帰りなさい。

1 k を定数とし、関数 $f(x) = x(\log x)^2 + kx$ のグラフを $C: y = f(x)$ とする。
 C の変曲点を P とする。

(1) 不定積分 $\int f(x) dx$ を求めよ。

(2) 変曲点 P を求めよ。

(3) 関数 $f(x)$ が極値を持つような k の値の範囲を求めよ。

(4) 変曲点 P が x 軸上にあるように k の値を定め、そのときの $f(x)$ の極値を求めよ。

(5) k が (4) で定めた値のとき、曲線 C の $y \leq 0$ の範囲にある部分と x 軸とで囲まれた図形の面積 S を求めよ。

2

正の定数 r に対して、2つの数列 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ を次で定める。

$$a_1 = 1, \quad b_1 = 1$$

$$\begin{cases} a_{n+1} = -rb_n + 1 \\ b_{n+1} = ra_n + 7 \end{cases} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

さらに自然数 n に対し、複素数 z_n を $z_n = a_n + ib_n$ で定める。

- (1) z_3 を r を用いて表せ。
- (2) z_{n+1} を z_n と r を用いて表せ。
- (3) 複素数 w と α は、すべての自然数 n に対し $\frac{z_{n+1} - w}{z_n - w} = \alpha$ を満たす。 w と α を r を用いて表せ。
- (4) 複素数平面において、すべての z_n が同一の円 C 上にあるとき、定数 r を求めよ。そのとき、原点 O からの距離が最大となる C 上の点を求めよ。

3

サイコロを投げるという試行を繰り返し、次のルールに従って持ち点を定める。

- 最初の持ち点は0点である。
- 試行を1回行うごとに、5または6の目が出たら持ち点到1点加え、その他の目が出たら持ち点到2点加える。

n 回目の試行を終えて、点数を加えた後の時点での持ち点を a_n とする。

試行を k 回繰り返すとき、 a_1, a_2, \dots, a_{k-1} は3の倍数ではなく、かつ a_k を3で割った余りが1である事象を A_k とする。

- (1) a_2 を3で割った余りが1となる確率を求めよ。
- (2) a_5 が偶数である確率を求めよ。
- (3) 事象 A_n が起こったときの事象 A_{n+2} が起こる条件付き確率を求めよ。
- (4) 確率 $P(A_{n+2})$ を確率 $P(A_n)$ を用いて表せ。
- (5) 確率 $P(A_n)$ を求めよ。

4 実数 t に対し、2つの放物線

$$C_1 : y = \frac{1}{2}x^2 + t + 3, \quad C_2 : y = -x^2 + 2tx$$

がある。

- (1) $t = -1$ のとき、放物線 C_1 と C_2 の両方に接する直線をすべて求めよ。
- (2) 放物線 C_1 と C_2 の両方に接する直線が2本存在するような t の値の範囲を求めよ。
- (3) t が(2)で求めた範囲にあるとき、放物線 C_1 と C_2 の両方に接する2本の直線の交点を P とする。 P の座標を t を用いて表せ。
- (4) t を(2)で求めた範囲で動かしたとき、(3)で得られた交点 P の軌跡を C とする。この軌跡 C 上の点で y 座標が最小となる点 Q を求めよ。