

平成 28 年度

前 期 日 程

数 学 (120 分)

注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開いてはいけません。
2. 問題は、1 ページから 4 ページまであります。解答用紙は、



、



、



、



 の 4 枚からなっています。ページの脱落等に気付いたときは、手をあげて監督者に知らせなさい。
3. 解答はすべて、各問題の解答用紙の解答欄に記入しなさい。  
なお、解答用紙の裏にも解答を記入する場合には、表と上下を逆にして記入しなさい。
4. 監督者の指示に従って、すべての解答用紙の該当欄に志望学科名(社会工学科を志望するものは志望分野名、創造工学教育課程を志望するものは志望コース名)及び受験番号(2 か所)を左詰めで記入しなさい。
5. 解答用紙の網掛け部分及び※を付した欄には、何も記入してはいけません。
6. 試験終了後、この問題冊子は持ち帰りなさい。

1 関数  $f(x) = \frac{x-1}{x^2+1}$  のグラフを曲線  $C$  とする。

- (1) 関数  $f(x)$  の極値を求めよ。
- (2) 曲線  $C$  の変曲点を求めよ。
- (3) 曲線  $C$  上の点  $(0, f(0))$  における接線を  $l$  とする。曲線  $C$  と接線  $l$  とで囲まれた図形の面積  $S$  を求めよ。

2 数列  $\{a_n\}$  は

$$a_1 = 4, \quad a_{n+1} = \frac{(3n+4)a_n - 9n - 6}{(n+1)a_n - 3n - 1} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

を満たす。

- (1) すべての自然数  $n$  に対し、 $a_n > 3$  であることを示せ。
- (2)  $b_n = \frac{1}{a_n - 3}$  とおく。  $b_{n+1}$  を  $b_n$  と  $n$  の式で表せ。
- (3) (2) で定めた数列  $\{b_n\}$  に対し  $c_n = b_{n+1} - b_n$  とおく。数列  $\{c_n\}$  の一般項を求めよ。
- (4) 数列  $\{a_n\}$  の一般項を求めよ。

3 座標空間内に

$$O(0, 0, 0), A(1, 2, 2), B(1, 0, -1), C(2, -1, 1)$$

を頂点とする四面体 OABC がある。  $t > 0$  に対して半直線 OB 上の点 P を  $OB : OP = 1 : t$  となるようにとる。

- (1) 内積  $\vec{AC} \cdot \vec{AP}$  を  $t$  を用いて表せ。
- (2)  $\triangle APC$  の面積を  $S(t)$  とおく。  $S(t)$  が最小になる  $t$  の値と、そのときの  $S(t)$  の値を求めよ。
- (3) 点 Q は直線 OB 上にあり、点 R は直線 AC 上にある。線分 QR の長さの最小値と、そのときの点 R の座標を求めよ。

4

実数  $t$  に対し、複素数

$$\left(\frac{1}{2} + \cos t + i \sin t\right)^2$$

の実部を  $f(t)$ 、虚部を  $g(t)$  とする。座標平面上に曲線  $C: x = f(t), y = g(t)$  ( $0 \leq t \leq \pi$ ) がある。

- (1)  $0 \leq t \leq \pi$  のとき  $f(t)$  のとる値の範囲を求めよ。
- (2) 曲線  $C$  上の点  $P\left(f\left(\frac{\pi}{3}\right), g\left(\frac{\pi}{3}\right)\right)$  における接線の方程式を求めよ。
- (3) 曲線  $C$  の  $y \leq 0$  の範囲にある部分と  $x$  軸とで囲まれた図形の面積  $S$  を求めよ。