平成２９年度　編入学者・転入学者選抜学力検査［問題］

ー 物　　理 ー

I　　ばね定数が C で, 自然長が a の, フックの法則に従う２本のばねが, 図１のように, 一端は大きさが無視できる質量 M の小物体につながれ他端は間隔が $2a$ の２つの壁にそれぞれ固定されている。小物体は, 摩擦のない水平な床の上を, ばねの方向に沿った水平な x 方向に空気抵抗を受けずに運動し, 両方のばねが自然長のときの小物体の位置座標 x を零とする。

(1) 時間を t として, 小物体の運動方程式を, $x(t)$ を未知関数とする微分方程式で表せ。

(2) この微分方程式は, $x(t) = Xe^{-i\omega t}$ ($i = \sqrt{-1}$, X は複素定数, ω は正の定数) という形の複素解を持つ。ω を C と M を用いて表せ。

(3) 複素定数 X を $Ae^{-i\alpha}$（ただし A, α は実数）とおき, オイラーの公式 $e^{i\theta} = \cos\theta + i\sin\theta$ (θ は実数) を用いて解の実数部分をとると得られる, 運動方程式の解を書け。

次に, 一種類の原子（質量 M）が x 軸方向に一直線上に並んでいる模型を用いて, 結晶の格子振動を考えよう。ただし, 原子は隣の原子だけから, ばね定数 C のフックの法則に従う力を受けるとする。

図２のように,$(s-1)$ 番目,s 番目,$s+1$ 番目の原子が, それぞれの平衡の位置にあるとき（このとき原子間隔は a）から x 軸方向に, それぞれ,u_{s-1},u_s,u_{s+1} 変位しているとき, s 番目の原子が左右の原子から受ける力は, それぞれ $-C(u_s - u_{s-1})$ および $-C(u_s - u_{s+1})$ である。

(4) 時間を t として, s 番目の原子の運動方程式を書け。

(5) この微分方程式は, $u_s(t) = Ue^{i(sKa-\omega t)}$ ($i = \sqrt{-1}$, U は複素定数, K は $0 < K < \frac{\pi}{a}$ を満たす定数, ω は正の定数) という形の複素解を持つ。ω を K の関数として表せ。

(6) 原子の振動は波となって伝わる。その波の群速度 v_g を求めよ。ただし, $v_g = \frac{d\omega}{dK}$ である。

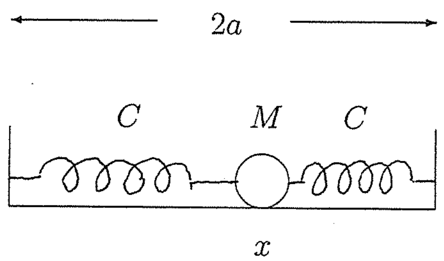

図１

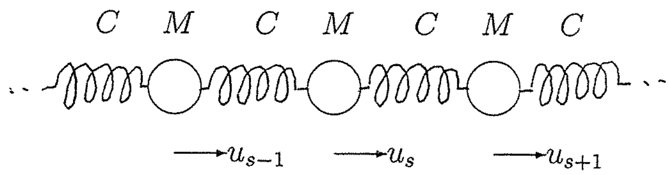

図２

平成２９年度　編入学者・転入学者選抜学力検査 [問題]

ー 物　　理 ー

II　金属の電気伝導の模型を考えよう。有効質量（見かけの質量）m, 電荷 $-e$ の伝導電子が, 電場ベクトル $\mathbf{E}$, 磁束密度ベクトル $\mathbf{B}$ の電磁場中を速度ベクトル $\mathbf{v}$ の速度で運動しているとき,

(1) 伝導電子に働くクーロン力（静電気力）をベクトルで表記せよ。
(2) 伝導電子に働くローレンツ力（運動する荷電粒子が磁場から受ける力）をベクトルで表記せよ。ただし, ベクトルの外積には記号 $\times$ を用いよ。

伝導電子が平均時間 T で, 不純物やフォノンと衝突をする効果は, 単位時間あたり, $-\frac{m\mathbf{v}}{T}$ の運動量の損失とみなすことができるので, 伝導電子にはクーロン力, ローレンツ力以外に $-\frac{m\mathbf{v}}{T}$ の力が働いているとみなすことができる。

(3) 時間を t として伝導電子の運動方程式を $\mathbf{v}(t)$ を未知関数とする微分方程式で表せ。

伝導電子は, 上記の衝突を繰り返すと, やがて定常状態に達し, $\mathbf{v}$ は一定になる。

まず $\mathbf{E} \neq 0, \mathbf{B} = 0$ の場合を考えよう。定常状態では,$\mathbf{v} = -\mu\mathbf{E}$ と書くことができる。この比例定数 μ は移動度と呼ばれる。

(4) 移動度 μ を e, T, m を用いて表せ。

伝導電子の数密度を n とすると, 電流密度ベクトル $\mathbf{J}$ は $\mathbf{J} = n(-e)\mathbf{v}$ であることと, $\mathbf{v} = -\mu\mathbf{E}$ より, 抵抗率を ρ とすると, 局所的オームの法則 $\mathbf{E} = \rho\mathbf{J}$ が成り立つことがわかる。

(5) 抵抗率 ρ を n, e, T, m を用いて表せ。

次に,$\mathbf{E} \neq 0, \mathbf{B} \neq 0$ の場合を考えよう。一様で一定の z 軸に平行な磁場がかけられたとき, その z 成分を B とする。このとき, 定常状態では, $\hat{\rho}$ を３行３列の行列として $\mathbf{E} = \hat{\rho}\mathbf{J}$ と表すことができる。ただし, ($\mathbf{E} = {}^t(E_x, E_y, E_z), \mathbf{J} = {}^t(J_x, J_y, J_z)$) である。

(6) 行列 $\hat{\rho}$ の (x, y) 成分を μ（移動度）, ρ（抵抗率）, B だけを用いて表せ。
(7) 行列 $\hat{\rho}$ の (y, x) 成分を μ（移動度）, ρ（抵抗率）, B だけを用いて表せ。