平成２９年度

編入学・転入学者選抜学力検査

専門試験科目問題用紙

（環境材料工学科）

注意事項

- 試験時間は１２０分です。
- ４題中３題選択し解答すること。
- 解答は解答用紙の所定の欄に記入すること。
- 解答用紙はホチキス止めを外して選択した３題を提出する。
- 問題用紙と計算用紙は持ち帰ること。
- 提出する全ての解答用紙について、受験番号を記入すること。氏名は記入してはならない。
- 乱丁・落丁あるいは不鮮明な場合は申し出ること。

問題１　設問すべてについて解答すること。

Ⅰ　次の(1)、(2)の問いについて答えよ。

(1) 平衡状態にあるすべての相において、互いに、温度、圧力、化学ポテンシャルが等しい場合に表される相律の式を、自由度を F、成分を C、相の個数を P として記述せよ。

(2) 1 成分系の相平衡状態図（図 1）において、(i) $F=1$、$P=2$、(ii) $F=0$、$P=3$ の場合に、図 1 中のどこに相当するかを述べよ。

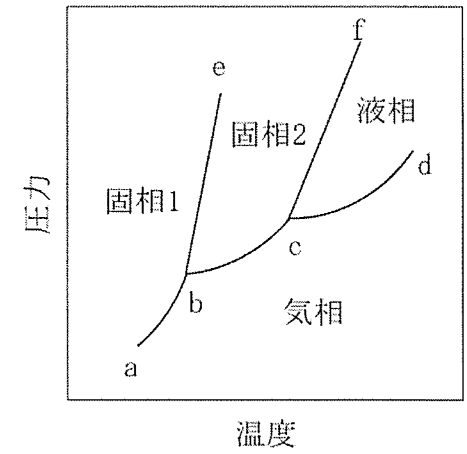


図 1.　1 成分系の相平衡状態図

Ⅱ　次の(1)、(2)の問いについて答えよ。

(1) 2 成分系の各温度（T_1、T_2、T_3、ただし $T_1>T_2>T_3$）におけるギブスの自由エネルギー－組成図を図 2 に示す。このとき、G^S、G^Lはそれぞれ固相、液相の自由エネルギーである。これらの図から、温度－組成図を回答用紙中に図示せよ。また、図中には各領域における安定相を示せ。

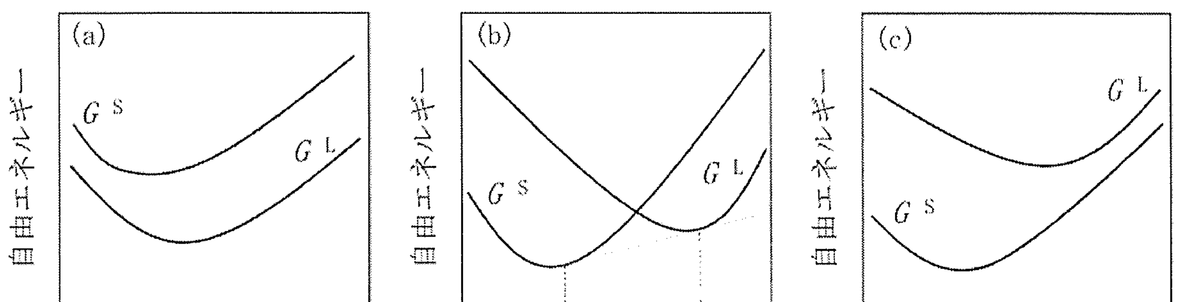


図 2.　(a) T_1、(b) T_2、(c) T_3 における 2 成分系の自由エネルギー－組成図

(2) (1)で得られる 2 成分系の温度－組成図から、どのような固体が形成されるかを述べよ。

Ⅲ　図3の2成分系相平衡状態図に基づいて、(1)～(3)の問いについて答えよ。ただし、A、B、Cはそれぞれの組成の固相を示す。

(1)　組成物 X の 1900℃までの冷却に伴う組成変動経路を回答用紙中に矢印を用いて図示せよ。

(2) 組成物Xが2000℃、2100℃で平衡状態にある場合の平衡相とその量を求めよ。

(3) 組成物Zを除冷した場合と急冷した場合において、結晶析出に伴う微細構造の違いを推定し、100字程度で述べよ。

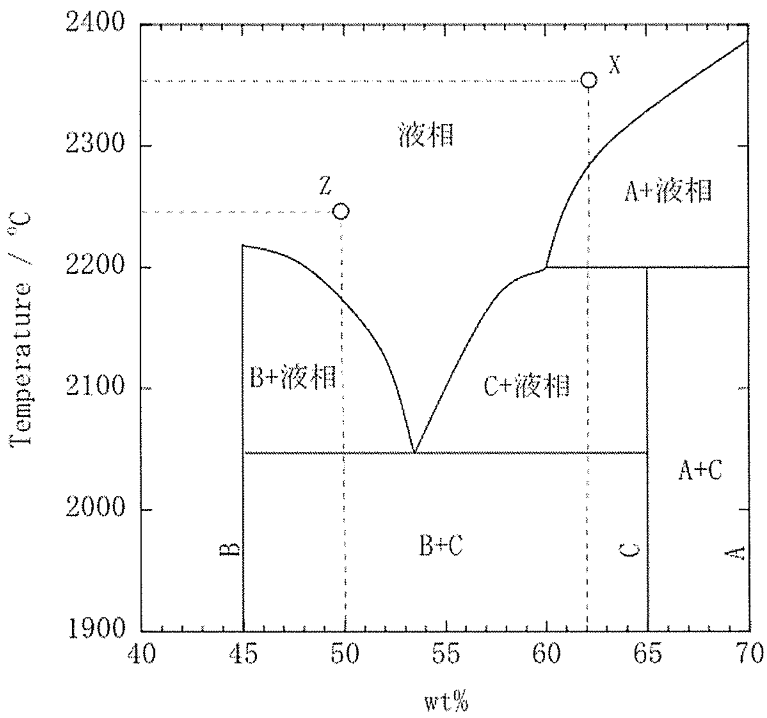


図3. 2成分系相平衡状態図

問題２　次の文の空欄①～⑪に適切な式、数字あるいは語句を記入せよ。

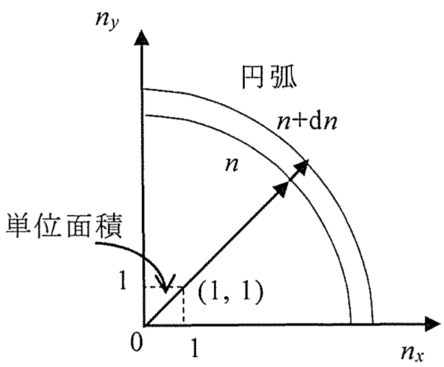
電子は粒子的な性質とともに波の性質も併せ持つことが知られている。粒子として運動量 p で運動する電子は、プランク定数 h を用いて、波長 λ= [　①　]を持つ波のように振る舞う。この波は物質波と呼ばれている。

今、２次元 xy 軸直交座標系において一辺 L の２次元の箱の中に N 個の自由電子（質量：m）が閉じ込められている場合を考える。

x 方向に運動する電子を波として考えた場合、波長 λ の波として箱の中に存在できるためには、[　②　]×n_x= L（n_x:正の整数)の関係を満たす[　③　]を作る必要がある。この関係式および p と λ の関係を用いると、箱の中の１個の電子の運動エネルギーは正の整数 n_x で決まる飛び飛びの値[　④　]×n_x^2 を取ることがわかる。

同様に、y 方向に運動する電子の運動のエネルギーも正の整数 n_y で決まるので、２次元での電子の全運動エネルギーE は n^2= n_x^2+n_y^2 として[　④　]×n^2 と表せる。すなわち、２次元の箱に閉じ込められた電子のエネルギーは n_x と n_y の正の整数の組み合わせ(n_x, n_y)で決まることになる。電子の運動はこの(n_x, n_y)で指定され、これを電子が取る一つの状態と呼ぶ。その組合わせの数を状態数と呼んでいる。

同じエネルギーを与える一つの n には複数の正の整数(n_x, n_y)の組合わせ（状態）が存在する。この組合せの数を算出するため、右図のように n_x と n_y を直交座標軸とした空間を考える。この空間では、座標点一つ一つが状態(n_x, n_y)を表しており、原点からの距離が n を与える。同じ n を与える状態(n_x, n_y)の数は、近似的に n を連続量とみなして、半径 n の円弧と、n を微小量 dn だけ変化させた半径 n+dn の円弧に挟まれた微小幅にある座標点の数を数えれば求められる。この座標空間では n_x と n_y は正の整数のみ取るので、座標点一つの占める面積は単位面積に等しい。従って、半径 n と n+dn の円弧に挟まれた領域の面積は、n と n+dn の間にある座標点の数、すなわち、運動の状態数に等しいことになる。これより、運動の状態数は[　⑤　]と求まる。この状態は[　⑥　]により電子の属性であるスピン量子数の異なる最大 2 個の電子が占有できるので、[　⑤　]の２倍が電子の取り得る状態数となる。



上記で求めた全運動エネルギーの式における E と n の関係を用いると、電子の取り得る状態数は E と E+dE の間にある電子の状態数としてρ(E)dE= [　⑦　]dE の形に変換できる。このρ(E)は状態密度と呼ばれる。この結果より、２次元の箱の中の電子の状態密度は、E に依らない一定値をとることがわかる。

一方、電子がエネルギーE の状態を占める確率 F(E)は

$$F(E)=1/\{1+\exp(E-E_F)/k_BT\}$$

で表されることが知られている。ここで、k_B はボルツマン定数、T は絶対温度である。E_F は[　⑧　]と呼ばれ、絶対零度では、電子の占める状態のうち最も高い状態のエネルギーである。すなわち、$0 \leqq E \leqq E_F$ までの各状態を電子が占める確率は[　⑨　]、$E_F<E$ の状態を電子が占める確率は[　⑩　]である。

従って、絶対零度では、2次元の箱の中の N 個の電子は、エネルギー E が 0 から E_F までのすべての状態を占め、状態数の総和は全電子数 N に等しいことになる。これより E_F=[　⑪　]と求めることができる。

問題３　設問すべてについて解答すること。

Ｉ　体心立方結晶（格子定数a）について以下の(1)～(5)の問いに答えよ。

(1)結晶方位[100]，[110]，[111]，[211]に垂直な原子面の原子面間隔と各原子面における原子の面密度を求めよ。

(2)原子を半径rの剛体球とし，結晶中では原子が互いに接していると考える。半径rを格子定数aで表せ。

(3)充填率を求め，有効数字２桁で答えよ。

(4)結晶の塑性変形は，主に図１のようなすべり変形によって生じる。体心立方結晶のすべり方向（バーガースベクトル）と大きさを答えよ。

(5)すべり面とすべり方向の組み合わせをすべり系と呼ぶ。体心立方結晶の主なすべり面には{110}の他に{211}が知られている。体心立方結晶のすべり系はそれぞれ何種類あるか。算出理由も示すこと。

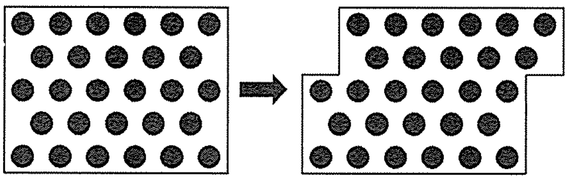


図１　結晶のすべり変形

（問題は次頁につづく）

Ⅱ　図 2(a)のように原子面間隔をh，すべり方向の原子間隔をbとし，隣り合う 2 つの原子面のせん断変形を考える。剛性率をGとし，以下の(1)～(5)の問いに答えよ。

(1)原子面と平行なすべり方向にせん断応力σを加えたところ，図 2(b)のように 2 つの原子面は相対的にxだけ変位した。このとき，変位は十分小さく($x \ll b$)，せん断応力を除去すれば，2 つの原子面は最初の位置に戻るとする。せん断応力σと変位xの関係式を示せ。

(2)せん断応力σを増やし，大きく変位させると，せん断応力が$\sigma_{\max}$に達したときに 2 つの原子面はすべり変形を開始した。2 つの原子面に作用するせん断応力は，結晶の周期性から変位xに対する周期関数で表すことができる。周期関数をsin関数で表せるとしたとき，せん断応力σと変位xの関係式を示せ。

(3)$\sigma_{\max}$は完全結晶をすべり変形させるのに必要な応力であることから，結晶の理想強度と呼ばれる。$\sigma_{\max}$をG，b，hのみを用いて表せ。

(4)単純立方結晶の$\{100\}\langle 100\rangle$すべりにおける理想強度は剛性率の何倍か。有効数字 2 桁で求めよ。

(5)一般に，よく焼なまされた高純度の金属単結晶の実際の強度は，理想強度よりはるかに小さい。この食い違いの理由を 100 文字以内で説明せよ。

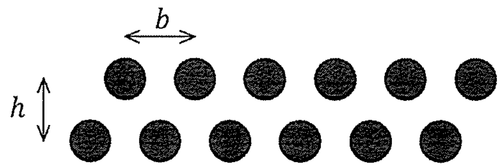


図 2(a)　2 つの原子面

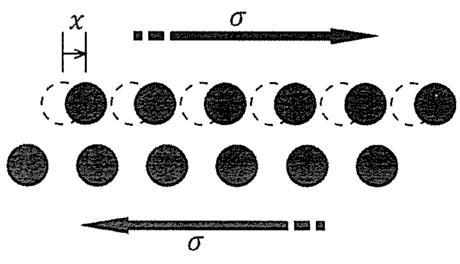


図 2(b)　せん断応力を加えたときの変位

問題４　設問すべてについて解答すること。

Ⅰ　次の(1)～(4)の問いについて答えよ。真空中の光速は 3×10^8 m/s、プランク定数は 4.13 $\times 10^{-15}$ eV·s である。石英ガラスの屈折率は 1.46 で、石英ガラスは光を吸収しないと考える。

(1) 石英ガラス中の光の速度を求め有効数字３桁で記せ。

(2) 真空中から石英ガラスに垂直に入射する光の、真空とガラスの界面での反射率（%）を求め有効数字２桁で記せ。

(3) 硫化亜鉛のバンドギャップは約 3.7 eV である。この物質が吸収する光の波長の上限の値を求め有効数字３桁で記せ。

(4) 図１に示すように、空気中に置いた厚さ d、吸収係数βの固体材料に、強度 I_0 の光を表面に垂直な方向から入射させる。表面での光の反射率を R とする。透過光の強度 I をこれらの記号を用いて示せ。ただし入射光は表面と裏面でそれぞれ１回だけ反射されると考える。

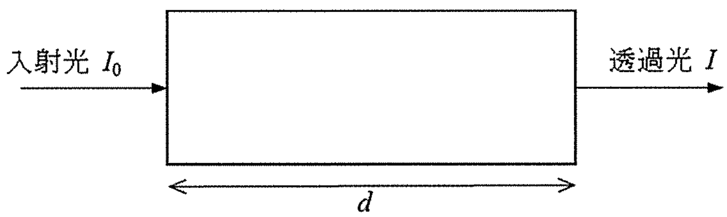


図１

Ⅱ　次の文章を読み、(1)～(4)の問いについて答えよ。

透明材料の屈折率を求めるために、プリズムの最小偏角を測定する以下の方法がある。屈折率を測定すべき材料で頂角がαのプリズムを作る。このプリズムを空気中に置き、図２に示すようにプリズムの一つの面から光を入射させる。入射面への光の入射角をθ_1、屈折角をθ_2とする。屈折の法則（スネルの法則）により、材料の屈折率が n、空気の屈折率が 1 ならば、n、θ_1、θ_2 の間には次式の関係が成り立つ。

$$n = \boxed{\text{(a)}} \qquad 〔１〕$$

同様に、出射面への入射角をθ_3、屈折角をθ_4とすると、n、θ_3、θ_4 の間の関係は次式で表される。

$$n = \boxed{\text{(b)}} \qquad 〔２〕$$

プリズムの入射光と出射光のなす角を偏角という。プリズムの頂角αは

$$\alpha = \boxed{\text{(c)}} \qquad 〔３〕$$

なので、偏角δは

$$\delta = \boxed{\text{(d)}} \qquad 〔４〕$$

と表すことができる。次に偏角が極小値となるための入射角を求める。偏角は入射角に依存するので、$d\delta/d\theta_1 = 0$が成り立てばよい。したがって、$d\delta/d\theta_1 = 0$ならば〔３〕、〔４〕式から

$$\frac{\mathrm{d}\theta_4}{\mathrm{d}\theta_1} = \boxed{\quad\text{(e)}\quad} \qquad 〔5〕$$

一方、〔3〕式から

$$\frac{d\theta_2}{d\theta_1} = -\frac{d\theta_3}{d\theta_1} \qquad 〔6〕$$

である。

〔1〕、〔2〕式をθ_1で微分して〔6〕式の関係を用いて整理すると、偏角が極小値となる場合のθ_1、θ_2、θ_3、θ_4の間には、以下の関係が成り立つことがわかる。

$$\theta_1 = \boxed{\quad\text{(f)}\quad} \qquad 〔7〕$$

$$\theta_3 = \boxed{\quad\text{(g)}\quad} \qquad 〔8〕$$

よって最小偏角を$\delta = \delta_0$とすると、屈折率は次式のように表される。

$$n = \frac{\sin\boxed{\quad\text{(h)}\quad}}{\sin\boxed{\quad\text{(i)}\quad}} \qquad 〔9〕$$

すなわち、屈折率を測定すべき材料で作ったプリズムの最小偏角を測定し、〔9〕式を使って材料の屈折率を求めることができる。

(1) 空欄(a)、(b)、(c)、(d)に適切な式を記入せよ。ただし(c)、(d)の解答にはθ_1、θ_2、θ_3、θ_4以外の記号を用いてはならない。

(2) 空欄(e)に適切な数値を記入せよ。

(3) 空欄(f)、(g)に適切な式を記入せよ。

(4) 空欄(h)と(i)に入る適切な式を示せ。ただしδ_0とα以外の記号を用いてはならない。

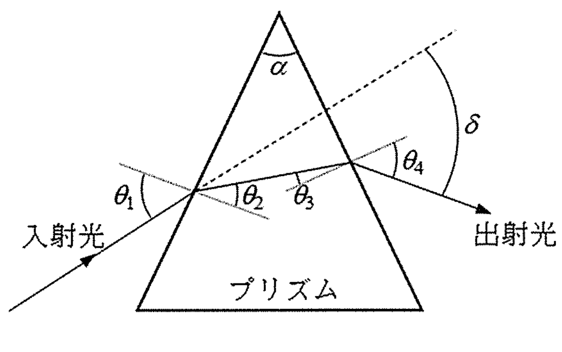


図2