

平成 29 年度

後 期 日 程

数 学 (120 分)

注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開いてはいけません。
2. 問題は、1ページから4ページまであります。解答用紙は、後 1、後 2、後 3、後 4 の4枚からなっています。ページの脱落等に気付いたときは、手をあげて監督者に知らせなさい。
3. 解答はすべて、各問題の解答用紙の解答欄に記入しなさい。
なお、解答用紙の裏にも解答を記入する場合には、表と上下を逆にして記入しなさい。
4. 監督者の指示に従って、すべての解答用紙の該当欄に志望学科名(社会工学科を志望するものは志望分野名、創造工学教育課程を志望するものは志望コース名)及び受験番号(2か所)を記入しなさい。
5. 解答用紙の網掛け部分及び※を付した欄には、何も記入してはいけません。
6. 試験終了後、この問題冊子は持ち帰りなさい。

1 曲線 $C_1: y = \frac{1}{2}x^2$ 上の点 P の x 座標を t とする。定数 $k > 1$ に対して、点 $Q(x(t), y(t))$ は次をみたす。

- $PQ = k$
- 直線 PQ は点 P での C_1 の接線に垂直
- $y(t) > \frac{1}{2}t^2$

このとき、次の問いに答えよ。

- (1) 直線 PQ の方程式を求めよ。
- (2) $x(t), y(t)$ を求めよ。
- (3) t の関数 $x(t)$ の極値を求めよ。
- (4) 点 P が曲線 C_1 上を動くとき、点 Q が描く曲線を C_2 とする。 C_1 と C_2 が共有点をもつような k の値の範囲を求めよ。

2 自然数 n に対して

$$a_n = \sum_{k=1}^n \frac{1}{n+2k}, \quad b_n = \sum_{k=1}^n \frac{1}{(n+2k)^3}, \quad c_n = \sum_{k=1}^n \sin \frac{\pi}{n+2k}$$

とおく。このとき、次の問いに答えよ。ただし、 $x > 0$ のとき $\sin x < x$ が成り立つことを用いてよい。

- (1) $x > 0$ のとき不等式 $x - \frac{x^3}{6} < \sin x$ が成り立つことを示せ。
- (2) 数列 $\{a_n\}$ の極限を求めよ。
- (3) 数列 $\{b_n\}$ の極限を求めよ。
- (4) 数列 $\{c_n\}$ が収束することを示し、その極限值を求めよ。

3 a を定数として $f(x) = \{x^2 + (1 - a)x + a\}e^{-x}$ とおく。

- (1) 曲線 $y = f(x)$ が変曲点をもつとき、その点を求めよ。
- (2) 曲線 $y = f(x)$ の接線のうち、原点を通るものが存在することを示せ。
- (3) 曲線 $y = f(x)$ の接線のうち、原点を通るものがちょうど2本であるとき、 a の値を求めよ。

4 座標空間内に四面体 ABCD があり、次をみたす。

$$A(0, 0, 3), \quad B(0, 2\sqrt{3}, 1), \quad C(2, 0, 1),$$
$$BD = 4, \quad \vec{AB} \cdot \vec{BD} = -12$$

原点 O を中心とする半径 $\sqrt{3}$ の球を K とする。

- (1) 線分 AD の長さを求めよ。
- (2) O から平面 ABC に下ろした垂線 OH の長さを求めよ。
- (3) $OD = \sqrt{5}$ のとき、D の座標を求めよ。さらに、四面体 ABCD と球 K の共通部分の体積 V を求めよ。