

平成 29 年度

前 期 日 程

数 学 (120 分)

注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開いてはいけません。
2. 問題は、1 ページから 4 ページまであります。解答用紙は、前 1，
前 2，前 3，前 4 の 4 枚からなっています。ページの脱落等に気付いたときは、手をあげて監督者に知らせなさい。
3. 解答はすべて、各問題の解答用紙の解答欄に記入しなさい。
なお、解答用紙の裏にも解答を記入する場合には、表と上下を逆にして記入しなさい。
4. 監督者の指示に従って、すべての解答用紙の該当欄に志望学科名(社会工学科を志望するものは志望分野名，創造工学教育課程を志望するものは志望コース名)及び受験番号(2 か所)を左詰めで記入しなさい。
5. 解答用紙の網掛け部分及び※を付した欄には、何も記入してはいけません。
6. 試験終了後、この問題冊子は持ち帰りなさい。

1 関数 $f(x) = \frac{5e^x + 1}{(e^x + 1)^2}$ に対して $c = \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ とおく。

- (1) $f(x)$ の極値を求めよ。
- (2) c の値を求め、 $f(x) \geq c$ となる x の範囲を求めよ。
- (3) $R > 1$ とする。曲線 $y = f(x)$ および 2 直線 $x = -\log R$, $y = c$ で囲まれた図形の面積 $S(R)$ を求めよ。
- (4) (3) で求めた $S(R)$ に対して、極限值 $\lim_{R \rightarrow \infty} S(R)$ を求めよ。

2

座標平面上を運動する点 P の時刻 t における座標 (x, y) が

$$x = \cos t + \frac{1}{3} \cos 3t, \quad y = \sin t + \frac{1}{3} \sin 3t$$

で表される。時刻 t における点 P の速度を \vec{v} とし、加速度を \vec{a} とする。

- (1) 点 P の y 座標の取り得る値の範囲を求めよ。
- (2) $0 < t < \frac{\pi}{2}$ のとき、速度 \vec{v} が直線 $y = \sqrt{3}x$ と平行である時刻 t を求めよ。
- (3) $0 \leq t \leq 2\pi$ のとき、加速度の大きさ $|\vec{a}|$ の最小値とその値を取る時刻 t を求めよ。
- (4) 時刻 $t = 0$ から $t = \pi$ までに点 P が通過する道のり L を求めよ。

3 θ を $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$ をみたす定数とし、自然数 n に対して $a_n = \tan \frac{\theta}{2^n}$ とおく。

(1) 数列 $\{2^n a_n\}$ の極限を求めよ。

(2) n が 2 以上のとき $\frac{1}{a_n} - \frac{2}{a_{n-1}} = a_n$ が成り立つことを示せ。

(3) $S_n = \sum_{k=1}^n \frac{a_k}{2^k}$ とおく。 n が 2 以上のとき S_n を a_1 と a_n で表せ。

(4) 無限級数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n}{2^n}$ の和を求めよ。

4 複素数平面上の原点 O と異なる 2 点 $A(\alpha)$, $B(\beta)$ に対して

$$3\alpha^2 - 6\alpha\beta + 4\beta^2 = 0$$

が成り立つ。3 点 O , A , B を通る円を C とする。

(1) $\frac{\alpha}{\beta}$ を極形式で表せ。ただし、偏角 θ の範囲は $-\pi < \theta \leq \pi$ とする。

(2) 円 C の中心と半径を α を用いて表せ。

(3) $|3\alpha - 2\beta|$ を β を用いて表せ。

(4) 次が成り立つとき α を求めよ。

(ア) 点 z が円 C 上を動くとき $w = iz$ も C 上にある。

(イ) $\alpha + \bar{\alpha}$ は正の実数である。

(ウ) $|3\alpha - 2\beta| = 2\sqrt{6}$