平成30年度

後 期 日 程

数　学 (120分)

注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまで，この問題冊子を開いてはいけません。
2. 問題は，1ページから4ページまであります。解答用紙は，$\boxed{\text{後1}}$，$\boxed{\text{後2}}$，$\boxed{\text{後3}}$，$\boxed{\text{後4}}$ の4枚からなっています。ページの脱落等に気付いたときは，手をあげて監督者に知らせなさい。
3. 解答はすべて，各問題の解答用紙の解答欄に記入しなさい。
   なお，解答用紙の裏にも解答を記入する場合には，表と上下を逆にして記入しなさい。
4. 監督者の指示に従って，すべての解答用紙の該当欄に志望学科名(社会工学科を志望するものは志望分野名，創造工学教育課程を志望するものは志望コース名)及び受験番号(2か所)を記入しなさい。
5. 解答用紙の網掛け部分及び※を付した欄には，何も記入してはいけません。
6. 試験終了後，この問題冊子は持ち帰りなさい。

1 曲線 $xy=1$ 上の 2 点 A，C と曲線 $x^2-y^2=1$ 上の 2 点 B，D は次を満たす。

(i) 点 A は第 1 象限にあり，点 B は第 2 象限にある。

(ii) 線分 AC と線分 BD は原点 O を通る。

(iii) 四角形 ABCD はひし形である。

直線 AC の傾きを t とし，ひし形 ABCD の面積を S とするとき，次の問いに答えよ。

(1) 点 A の座標を t で表せ。

(2) 点 B の座標を t で表せ。

(3) 面積 S を t で表せ。

(4) S の最小値とそのときの t の値を求めよ。

2 1辺の長さが1の正四面体OABCがある。辺OAを2：1に内分する点をD，辺OBの中点をEとする。点Oを通り平面CDEに垂直な直線が平面ABCと交わる点をPとする。

$\overrightarrow{\mathrm{OA}}=\vec{a}$，$\overrightarrow{\mathrm{OB}}=\vec{b}$，$\overrightarrow{\mathrm{OC}}=\vec{c}$ とおくとき，次の問いに答えよ。

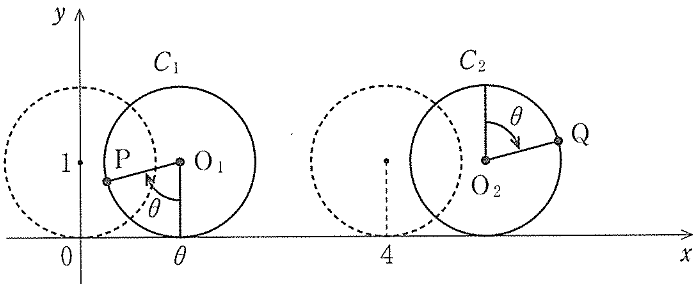
(1) CDの長さを求めよ。

(2) △CDEの面積を求めよ。

(3) $\overrightarrow{\mathrm{OP}}$ を $\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$ を用いて表せ。

3 座標平面上の半径 1 の円 C_1 が x 軸上で正の方向にすべることなく回転していく。C_1 の周上に固定された点 P の最初の位置を原点$(0, 0)$，C_1 の中心 O_1 の最初の位置を$(0, 1)$とする。

もう 1 つの半径 1 の円 C_2 は，x 軸上で正の方向に C_1 と同時に同じ角だけすべることなく回転していく。C_2 の周上に固定された点 Q の最初の位置を$(4, 2)$，C_2 の中心 O_2 の最初の位置を$(4, 1)$とする。



円 C_1 が角 θ だけ回転したとき，点 P の座標は $(\theta - \sin\theta,\ 1 - \cos\theta)$ となる。次の問いに答えよ。

(1) C_2 が角 θ だけ回転したとき，点 Q の座標を θ を用いて表せ。

(2) C_1 と C_2 は同時に同じ角 θ $(0 \leqq \theta \leqq 2\pi)$だけ回転する。このとき点 P と点 Q の中点を M とする。さらに点 R を，線分 MQ を M を中心として反時計回りに $\frac{\pi}{2}$ だけ回転すると線分 MR となるようにとる。点 R の座標を θ を用いて表せ。

(3) (2)で定めた点 R に対して，$\theta = 0$ のときと $\theta = \pi$ のときの R の x 座標をそれぞれ a，b とする。点 R の軌跡，2 直線 $x = a$，$x = b$ および x 軸とで囲まれる部分の面積 S を求めよ。

(4) (2)で定めた 2 点 M，R に対して，$\overrightarrow{\mathrm{MR}}$ と x 軸の正の向きとがなす角 α の最大値と最小値，およびそのときの θ の値を求めよ。

4 $z_0=1$ から始めて複素数 z_1, z_2, z_3, $\cdots$ を次により順に定める。
z_{n-1} まで定まったとき，コインを投げて

表が出たら，$z_n=2z_{n-1}$，
裏が出たら，$z_n=iz_{n-1}$

とする。次の問いに答えよ。

(1) $z_5=2$ となる確率を求めよ。

(2) z_0, z_1, $\cdots$, z_8 がすべて異なり，$z_8=-4$ となる確率を求めよ。

(3) 自然数 n に対して，z_n が純虚数となる確率を求めよ。

(4) 2 以上の自然数 n に対して，$|z_0|$, $|z_1|$, $\cdots$, $|z_n|$ の中に 4 が現れる確率を求めよ。

(5) z_0, z_1, $\cdots$, z_n がすべて異なり，$|z_n|=1024$ となった。このようなことが起こりうる最大の n を求めよ。