

平成 31 年度

後 期 日 程

数 学 (120 分)

注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開いてはいけません。
2. 問題は、1 ページから 4 ページまであります。解答用紙は、後 1，後 2，後 3，後 4 の 4 枚からなっています。ページの脱落等に気付いたときは、手をあげて監督者に知らせなさい。
3. 解答はすべて、各問題の解答用紙の解答欄に記入しなさい。
なお、解答用紙の裏にも解答を記入する場合には、表と上下を逆にして記入しなさい。
4. 監督者の指示に従って、すべての解答用紙の該当欄に志望学科名(社会工学科を志望するものは志望分野名，創造工学教育課程を志望するものは志望コース名)及び受験番号(2 か所)を記入しなさい。
5. 解答用紙の網掛け部分及び※を付した欄には、何も記入してはいけません。
6. 問題冊子の白紙と余白は下書きに適宜利用してもよいが、どのページも切り離してはいけません。
7. 試験終了後、この問題冊子は持ち帰りなさい。

1 関数 $f(x) = \frac{\log x}{\sqrt{x}}$ により曲線 $C: y = f(x)$ を定める。 C の接線で原点を通るものを l とする。

(1) $f(x)$ の極値を求めよ。

(2) l の方程式を求めよ。

(3) C と l および x 軸で囲まれる図形の面積 S を求めよ。

- 2 2つの関数 $f(t) = t^3 - 3t^2 + 4$, $g(t) = t^2 - t + 1$ により, 座標平面上の
曲線 C を次で定める。

$$C: \begin{cases} x = f(t) \\ y = g(t) \end{cases}$$

- (1) 関数 $f(t)$ の極値を求めよ。
- (2) 曲線 C の接線が x 軸と平行となる時, 接点の座標を求めよ。
- (3) 次を満たす実数の組 (a, b) をすべて求めよ。

$$a < b, \quad f(a) = f(b), \quad g(a) = g(b)$$

- (4) 曲線 C で囲まれる図形の面積 S を求めよ。

3 1, 2, 3, 4, 5 の数字を左から並べて n 桁の数を作る。同じ数字を何回用いてもよいが、作った n 桁の数の中に次の 6 種類の数字の並び 12, 13, 21, 23, 31, 32 のいずれも現れてはいけない。

このルールのもとで作ることができる n 桁の数全体の集合を A_n とし、 A_n の要素の個数を a_n で表す。たとえば $a_1 = 5$ である。 A_n の中で、末尾が 4 または 5 であるもの全体の集合を B_n とし、 B_n の要素の個数を b_n で表す。

- (1) a_2 を求めよ。
- (2) b_{n+1} を a_n を用いて表せ。
- (3) a_{n+2} を a_{n+1} と a_n を用いて表せ。
- (4) 数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

- 4 四面体 OABC に対し、辺 OB を 2:5 に内分する点を D とする。ベクトル \vec{OA} , \vec{OB} , \vec{OC} をそれぞれ $\vec{OA} = \vec{a}$, $\vec{OB} = \vec{b}$, $\vec{OC} = \vec{c}$ とおく。

点 P が次を満たすとする。

$$16 \vec{OP} = 6 \vec{a} + 3 \vec{b} + 2 \vec{c}$$

三角形 OBC と直線 AP の交点を Q とし、3 点 A, D, P を含む平面と辺 BC の交点を R とする。

- (1) \vec{OQ} を \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} を用いて表せ。
- (2) \vec{OR} を \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} を用いて表せ。
- (3) $\frac{DQ}{DR}$ を求めよ。
- (4) 三角形 ADR の面積を S_1 , 三角形 ADP の面積を S_2 とするとき、 $\frac{S_2}{S_1}$ を求めよ。
- (5) $AD = 1$ であり、点 P は三角形 ADR の内心であるとする。 $\angle ADR$ を θ とおいて $\cos \theta$ を求めよ。