

平成30年度 編入学者・転入学者選抜学力検査

専門試験科目問題冊子

物理工学科

平成29年6月23日（金）10：00～12：00

注意事項

- ・ 4題中2題を選択し解答してください。
- ・ 解答は各問題番号に対応する解答用紙に解答してください。
- ・ 解答用紙はホチキス止めを外して、選択した2題を提出してください。
- ・ 試験終了後、問題用紙と計算用紙は持ち帰ってください。
- ・ 乱丁・落丁あるいは不鮮明な場合には申し出てください。

問題1 設問すべてについて解答すること。

I 次の(1)~(3)の問いについて答えよ。

(1)純金属の凝固について考える。均一核生成にて凝固が開始する際の球状の凝固核の臨界半径 r^* および核形成のための活性化エネルギー ΔG^* を導出しなさい。このとき、固相半径を r [m]、液相と固相の界面エネルギーを γ [J/m²]、液相から固相への変態の駆動力を ΔG_v [J/m³] とする。ただし、 $\Delta G_v > 0$ とする。

(2)純金属の融点を T_m [K]、温度 T における過冷度を ΔT [K]、液相から固相への変態で生じる潜熱を ΔH_v [J/m³] としたとき、 ΔG_v を T_m 、 ΔT 、 ΔH_v で表せ。ただし、 $\Delta H_v > 0$ および $\Delta T = (T_m - T) > 0$ とする。

(3)純金属の凝固中における冷却速度が速くなると、得られる材料組織はどのように変化するか？冷却速度の向上に伴う材料組織の変化とその理由について説明しなさい。

II 図1に示すA-B 2元系平衡状態図にもとづいて、次の(1)~(3)の問いについて答えよ。ただし、平衡状態図中のLは液相、 α および β は固相を示す。

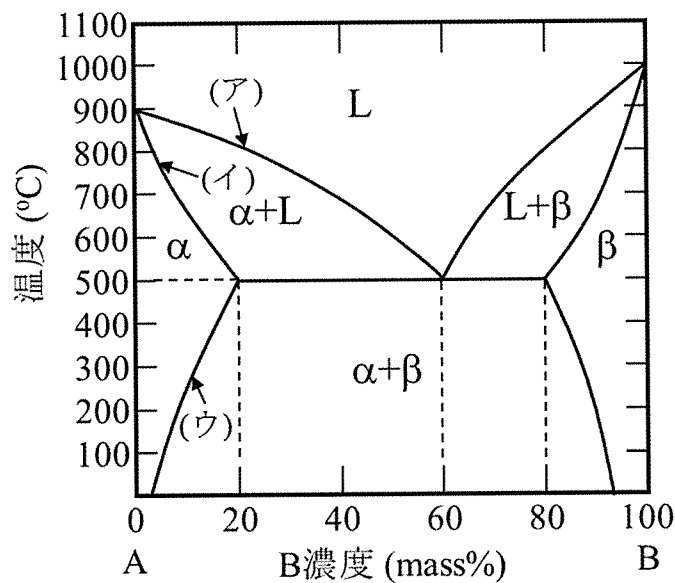


図1 A-B 2元系平衡状態図の模式図。

(1) 図 1 の平衡状態図における(ア), (イ)および(ウ)の線の名称を答えなさい。

(2) A-40 mass%B 合金を 1000°C から共晶温度である 500°C 直上まで徐冷したとき, 500°C 直上における平衡相とその平衡相の質量比を求めなさい。

(3) A-40 mass%B 合金を 1000°C から室温まで徐冷したときに得られる平衡組織について, 文章と模式図の両方を用いて説明しなさい。

問題2 設問すべてについて解答すること。

I 下の表は、金属元素単体 a～e の諸性質をまとめたものである。密度と熱伝導率は常温常圧の、融点は常圧での値である。以下の(1)～(5)は、表中の金属元素単体の特徴を説明した文章である。表の金属元素 a～e のうち、どの元素について説明しているか、解答用紙の表(1)～(5)の下に、諸性質の表にある a～e の記号、周期表の元素記号、常温常圧における結晶構造を bcc, fcc, hcp から選び記入せよ。

諸性質の表

	a	b	c	d	e
密度 (g/cm ³)	0.534	7.87	8.94	11.34	19.3
融点 (K)	454	1811	1358	601	3695
熱伝導率 (10 ² W/m K)	0.85	0.80	4.01	0.35	1.73

- (1) 耐食性があるため、古代から人類との関わりが深く、貨幣の材料として利用されてきた。また、電気伝導度が高いため、導電材料としての利用価値が高い。
- (2) 硬度が高いため、他元素との合金は切削用工具などに利用される。また、電球のフィラメントや電子顕微鏡の電子銃に使われる。
- (3) この元素とマグネシウムの合金は軽量金属合金としてノートパソコンのボディに使用されることがある。また、他の元素との化合物は電池材料として利用されている。
- (4) 炭素が固溶することで多様な機械的性質を示すことから構造材料として利用されることが多いが、強磁性を示すため磁性材料としての利用価値も高い。
- (5) 低温で超伝導体に転移する比較的柔らかい金属で、古代ローマ時代では字を書くのに利用されたことがあるが、毒性が強いため最近では各分野での利用が規制される傾向にある。

II 次の文章を読んで、(1)～(8)の間に答えよ。

現代の工業化社会において重要な役割を担っている「電気」と「磁気」は、しばしば比較対照される存在である。それぞれの起源を調べてみると、「電気」の場合、自由電子の運動によって電気伝導が説明される。ところが、「磁気」には自由電子に相当する磁子のような粒子が未だ見つかっていない。そこで、物質の「磁気」の起源として原子磁気モーメントを考える。原子磁気モーメントの主要な起源は電子に求めることができ、電子の運動に関連した 2

つの原因による磁気モーメントが発生するのである。1 つは原子核の周囲を回る軌道運動である。磁気モーメントの大きさ M は、電子の周回運動による円電流 i と周回軌道で囲まれた円の面積 S を用い、 $M=iS$ で与えられる。量子力学によると、軌道角運動量の大きさ L と、その方向は量子化される。外部磁場を印可し z 軸方向を規定すると、軌道角運動量の z 軸方向の成分 L_z は $0, \pm 1\hbar, \pm 2\hbar, \dots$ のように不連続な値となり、 z 軸方向に観測される磁気モーメントの値も不連続となる。 L_z の間隔は一定であるので、磁気モーメントも L_z の間隔に応じた量で変化する。この磁気モーメントの間隔を原子磁気モーメントの単位「 μ_B 」にすると便利である。物質の磁氣的性質は磁性ともよばれ、主要なものとして、強磁性、反強磁性、フェリ磁性、常磁性、反磁性の5つに分類される。磁性材料として工業的によく使われるのは、強磁性体とフェリ磁性体である。(注： $\hbar = h/2\pi$ 、ただし h はプランク定数)

(1) 電子の軌道運動として、原子核を中心とした半径 r の等速円運動を仮定する。電子の角速度を ω 、電子の電荷を $-e$ としたとき、1 個の電子によって生じる電流 i を求めよ。

(2) 電子の質量を m としたとき、古典力学による電子の軌道角運動量の大きさ L を、 m, ω, r を含む式で表せ。

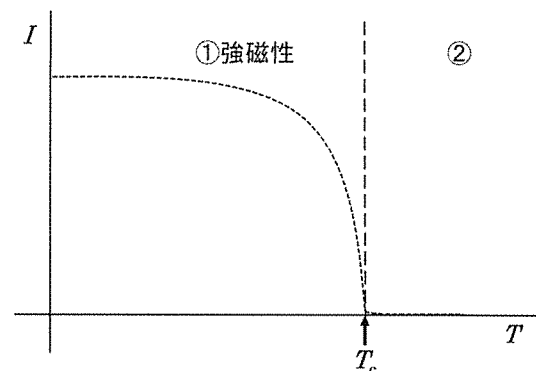
(3) 上の文章中の下線部 _____ の μ_B を、 e, m, \hbar を含む式で表せ。

(4) 原子磁気モーメントの単位 μ_B の名称を答えよ。

(5) 原子磁気モーメントの起源の 1 つは電子の軌道運動であるが、もう 1 つは何か答えよ。

(6) 「強磁性」、「反強磁性」、「フェリ磁性」について、それぞれの違いが分かるように原子磁気モーメントを「 \uparrow 」で表現し、その配列を絵に描いて説明せよ。

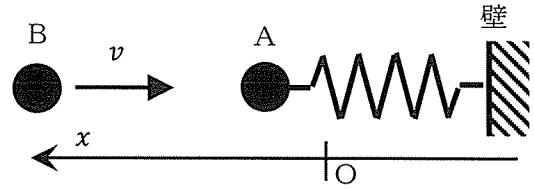
(7) 右の図は、実験により得られた強磁性体の自発磁化 I の温度変化である。破線の磁気転移温度 T_c を境界として、①の温度領域は「強磁性」であるが、②の領域の磁性は何か答えよ。



(8) (7)の磁気転移温度 T_c は、それを発見した人名に由来した名称でよばれている。その名称を答えよ。

問題 3 設問すべてについて解答すること。解答に必要な量が問題文中で与えられていない場合は、適宜解答中で定義して用いよ。

I 壁に固定されたバネ(バネ定数 k)に取り付けられた質量 M の質点Aが1次元運動している。バネが自然長のときの質点Aの位置を原点Oとして図のように x 軸を取る。重力・空気抵抗は考慮しなくてよいとして以下の問いについて答えよ。



- (1) 質点Aの座標を x として、運動方程式を書き下せ。
- (2) 質点Aの角振動数を答えよ。また、質点Aの座標 x の一般解を書き下せ。
- (3) 原点Oで静止している質点Aに壁に向かって初速 v_0 を与えたときの x を求めよ。

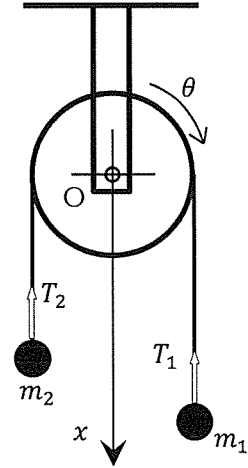
質点Aに左から質量 m 、速さ v (速度は $-v$)の質点Bが弾性衝突する。衝突直前の質点Aの速度を u 、直後の質点Bの速度を v' とする。衝突の直前直後で運動量は保存されるとする。

- (4) 弾性衝突でははねかえり係数が1であることを利用し、衝突直後の質点Bの速度 v' を u 、 v で表せ。
- (5) 衝突前後の質点Bの運動エネルギーの増加量を求め、 u 、 v で表せ。

これはある容器に封じられた気体分子と容器表面の原子の衝突をモデル化したものである。容器内には無数の気体分子が存在し、容器表面にも無数の原子が存在するので、数限りない衝突が容器表面で起こっている。そこで、無数の同等な系について平均を取ることを考える。衝突する気体分子の速さ v と容器表面の原子の速度 u との間には何の関連もないので、その積 vu の平均 $\langle vu \rangle$ は $\langle v \rangle \langle u \rangle$ で求めることができる。

- (6) 質点Aの速度の初期位相は $0 \sim 2\pi$ の範囲で一様に分布しているとして、質点Bの運動エネルギーの増加量の平均をとり、衝突前の質点Bの運動エネルギーの平均 $\langle K \rangle$ と、衝突前の質点Aの運動エネルギーの平均 $\langle K' \rangle$ で表せ。また、容器から気体へのエネルギー移動がどのように行われるか、簡潔に述べよ。

II 固定された慣性モーメント I , 半径 R の円形の滑車に, 軽く伸び縮みしない長さ L の糸をかけ, 糸の両端に質量 m_1 の質点 1 と質量 m_2 の質点 2 を取り付ける。滑車の中心を原点 O として鉛直下向きに x 軸を取り, 質点 1 の位置を x_1 , 質点 2 の位置を x_2 とし, 滑車の回転角 θ は質点 1 が下がる方向を正とする。質点 1 に働く糸の張力を T_1 , 質点 2 に働く糸の張力を T_2 とする。空気抵抗や滑車の回転の摩擦は無視でき, 糸が滑ることなく滑車は回転するとして, 以下の問いに答えよ。重力加速度は g とする。



- (1) 二つの質点の運動方程式を書き下せ。
- (2) 滑車の回転の運動方程式を書き下せ。
- (3) 運動方程式を解き, 滑車の回転の角加速度を求めよ。

質点 1 の座標を x とする : $x_1 = x$ 。

- (4) 質点 1, 2 の運動エネルギーと重力の位置エネルギー (原点 O を基準点とする), および, 滑車の回転エネルギーを, x , および, その時間微分で表せ。
- (5) ラグランジアンを求め, ラグランジアンから x についての運動方程式を導出せよ。

問題4 設問すべてについて解答すること。

次の(1)～(6)の問いについて答えよ。

図1に示すように、2つの点電荷(電荷 q と $-q$)を、それぞれ座標 $(0, 0, d/2)$ と $(0, 0, -d/2)$ に置いた系について考える($q > 0, d > 0$)。ここで3次元座標を (x, y, z) とする。空間は全て真空とし、真空の誘電率を ϵ_0 とする。

(1) 点 $(0, 0, d/2)$ と、任意の点 (x, y, z) の間の距離 L を求めよ。

(2) 点 (x, y, z) における静電ポテンシャル $\phi(x, y, z)$ を求めよ。

(3) 一般に、 t と n を実数とし、 $|t| \ll 1$ を満たすとき、近似式： $(1+t)^n \approx 1+nt$ が成り立つ。

今、 $a \gg |b|$ を満たすとき、上の式を用いて、

$(a+b)^n$ の近似式を求めよ。

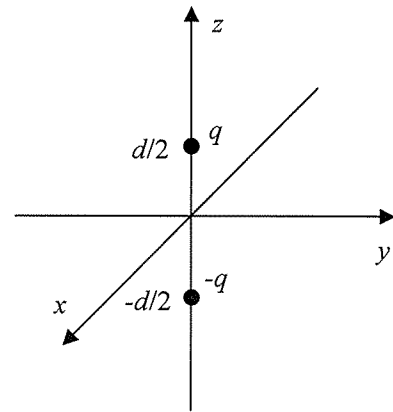


図1

以下では、 $r^2 = x^2 + y^2 + z^2$ とし、 $r \gg d$ の領域を考える。

(4) この領域で、静電ポテンシャル ϕ の近似式を求めよ。解答に r を用いてもよい。

(5) 上の(4)で求めた静電ポテンシャルを用いて、電場 $\mathbf{E} = (E_x, E_y, E_z)$ を求めよ。解答に r を用いてもよい。

(6) $r \gg d$ の領域において、この電場 \mathbf{E} によるエネルギー密度 $w(x, y, z)$ を求めよ。解答に r を用いてもよい。