平成３０年度　編入学者・転入学者選抜学力検査 [問題]
－　数　　　学　－

問題 1

(1)　関数 $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{2-x}}$ を $|x-1| < 1$ に対して

$$f(x) = \sum_{n=0}^{4} a_n (x-1)^n + R(x), \quad \lim_{x \to 1} \frac{R(x)}{(x-1)^4} = 0$$

と表すとき，係数 a_n $(0 \leqq n \leqq 4)$ をすべて求めよ。

(2)　次の問いに答えよ。

(i)　$t = \tan\dfrac{x}{2}$ と置くとき，t を用いて $\cos x$ を表せ。また $\dfrac{dx}{dt}$ を t で表せ。

(ii)　$t = \tan\dfrac{x}{2}$ と置換して定積分 $I = \displaystyle\int_0^{2\pi/3} \frac{1}{5+4\cos x}\,dx$ の値を求めよ。

問題 2

(1)　関数 $f(x,y) = \cos x + \cos y + \cos(x-y)$ について，３点

$$\text{(i)}\ (x,y) = (0,0), \qquad \text{(ii)}\ (x,y) = \left(\frac{2\pi}{3}, -\frac{2\pi}{3}\right), \qquad \text{(iii)}\ (x,y) = (\pi, 0)$$

は，$f_x(x,y) = 0$, $f_y(x,y) = 0$ を満たす。このとき各点で $f(x,y)$ が極値を取るかどうかを判定せよ。また，極値を取る場合には極値を求めよ。

(2)　重積分 $I = \displaystyle\iint_D y^2\sqrt{1-x^2}\,dxdy$,　$D = \left\{ (x,y) \;\middle|\; x^2+y^2 \leqq 1,\ y \geqq 0 \right\}$ の値を求めよ。

問題 3

(1)　次の x, y, z に関する連立一次方程式が，解を持たないための定数 k の条件を求めよ。

$$\begin{cases} \quad\quad - 3y + z = -3 \\ 3x \quad\quad - 2z = k \\ -x + 2y \quad\quad = 1 \end{cases}$$

(2)　行列 $A = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 1 \\ 3 & 0 & -2 \\ -1 & 2 & -1 \end{pmatrix}$，ベクトル $\boldsymbol{x} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$，$\boldsymbol{b} = \begin{pmatrix} b \\ c \\ d \end{pmatrix}$ について，連立一次方程式 $A\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$ を考える。$\boldsymbol{b}$ として $\boldsymbol{b}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$，$\boldsymbol{b}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$，$\boldsymbol{b}_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ を選ぶとき，$A\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$ のそれぞれの解 $\boldsymbol{x}_1$，$\boldsymbol{x}_2$，$\boldsymbol{x}_3$ を求めよ。

問題 4

対称行列 $A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 2 \\ 2 & -1 & 2 \\ 2 & 2 & -1 \end{pmatrix}$ について次の問いに答えよ。

(1)　A の固有値，固有ベクトルをすべて求めよ。

(2)　グラム・シュミットの正規直交化法で，(1) で求めた固有ベクトルから正規直交系 $\{\boldsymbol{u}_1, \boldsymbol{u}_2, \boldsymbol{u}_3\}$ を求めよ。